

А.ГАЙШТУТ



## МАТЕМАТИКА. ПРАКТИЧЕСКИЙ КУРС

В ПОМОЩЬ ПОВТОРЯЮЩИМ МАТЕМАТИКУ ПО СПРАВОЧНИКАМ

### ГЕОМЕТРИЯ СТЕРЕОМЕТРИЯ

*часть 1*

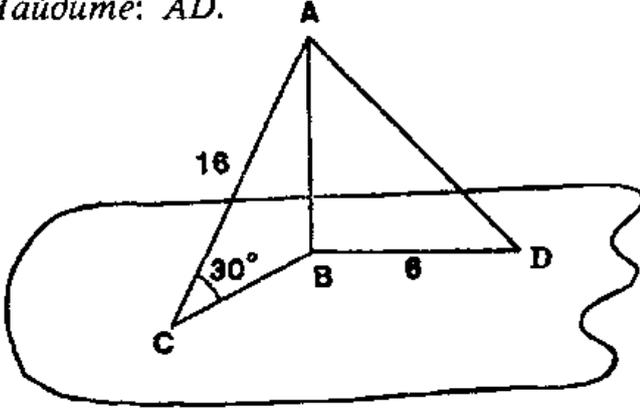
Содержание

1. Перпендикуляр и наклонная
2. Задачи текстовые
3. Правильная треугольная и четырёхугольная призмы
4. Правильная шестиугольная призма
5. Неправильная призма

# 1. Перпендикуляр и наклонная

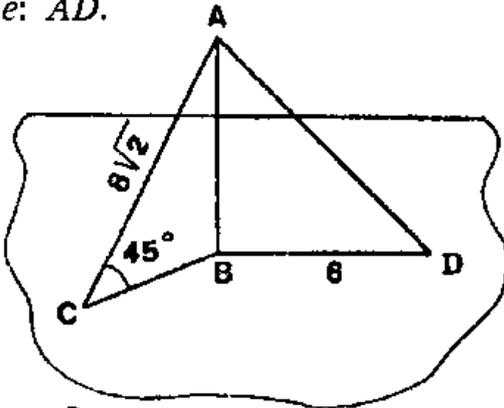
## Задача 1.

Дано:  $AB$  — перпендикуляр,  
 $AC$  и  $AD$  — наклонные,  
 $\angle ACB = 30^\circ$ ,  $AC = 16$ ,  $BD = 6$ .  
 Найдите:  $AD$ .



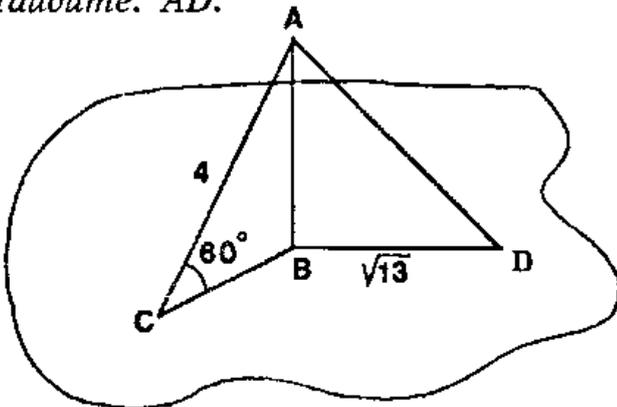
## Задача 2.

Дано:  $AB$  — перпендикуляр,  
 $AC$  и  $AD$  — наклонные,  
 $\angle ACB = 45^\circ$ ,  $AC = 8\sqrt{2}$ ,  $BD = 6$ .  
 Найдите:  $AD$ .



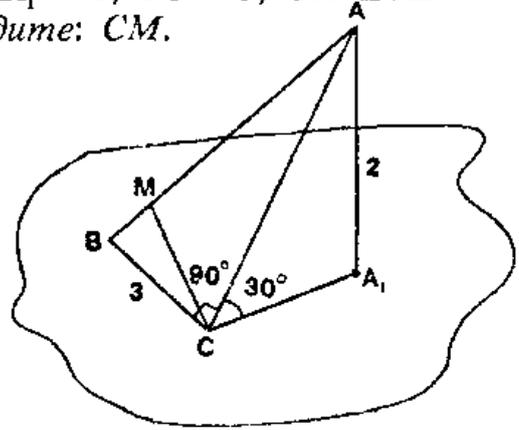
## Задача 3.

Дано:  $AB$  — перпендикуляр,  
 $AC$  и  $AD$  — наклонные,  
 $\angle ACB = 60^\circ$ ,  $AC = 4$ ,  $BD = \sqrt{13}$ .  
 Найдите:  $AD$ .



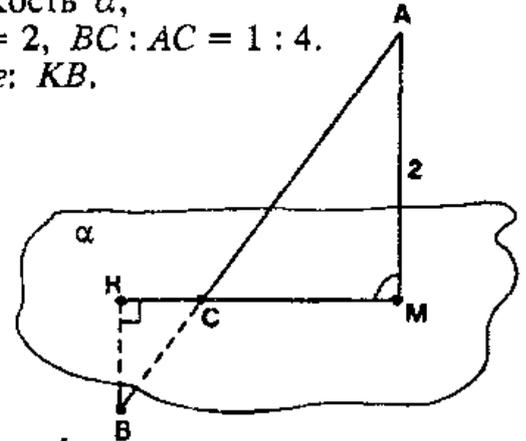
## Задача 4.

Дано:  $AA_1$  — перпендикуляр,  
 $AB$  и  $AC$  — наклонные,  
 $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $\angle ACA_1 = 30^\circ$ ,  
 $AA_1 = 2$ ,  $BC = 3$ ,  $CM \perp AB$ .  
 Найдите:  $CM$ .



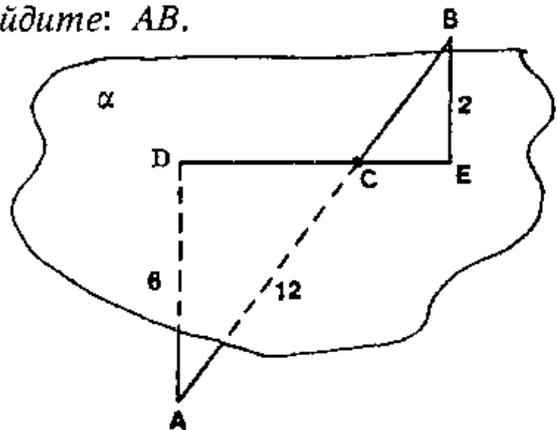
## Задача 5.

Дано:  $KM$  — проекция отрезка  $AB$  на  
 плоскость  $\alpha$ ,  
 $AM = 2$ ,  $BC : AC = 1 : 4$ .  
 Найдите:  $KB$ .



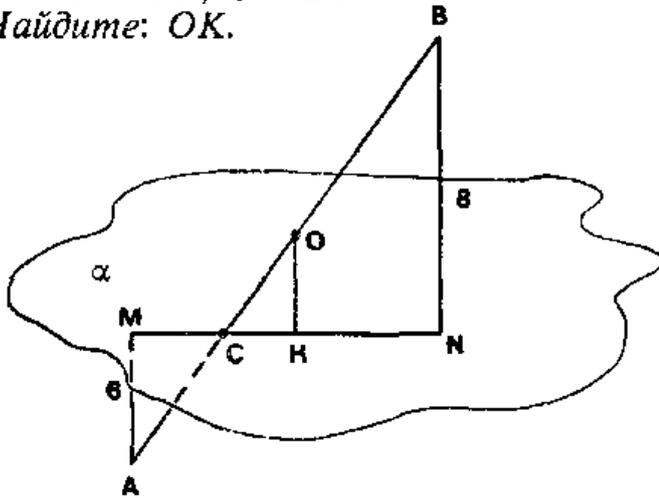
## Задача 6.

Дано:  $DE$  — проекция отрезка  $AB$  на  
 плоскость  $\alpha$ ,  $AD = 6$ ,  $AC = 12$ ,  
 $BE = 2$ .  
 Найдите:  $AB$ .



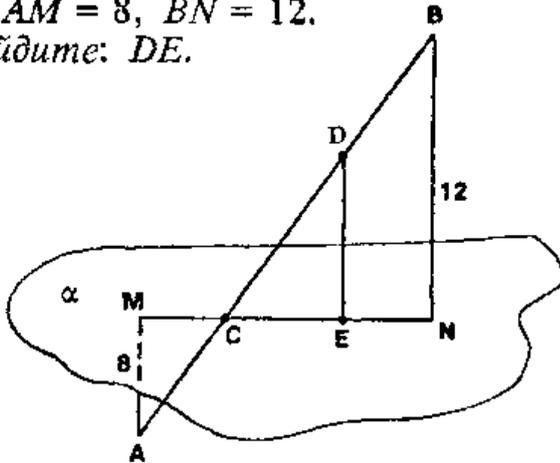
**Задача 7.**

Дано:  $MN$  — проекция отрезка  $AB$  на плоскость  $\alpha$ ,  $AM = 6$ ,  $BN = 8$ ,  $AO = OB$ ,  $OK \perp \alpha$ .  
Найдите:  $OK$ .



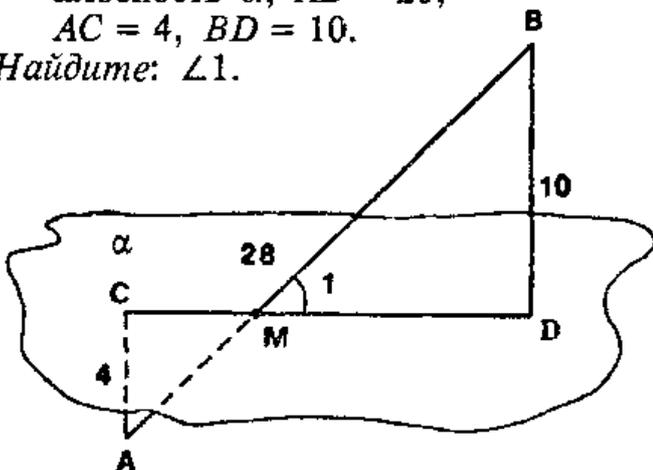
**Задача 8.**

Дано:  $MN$  — проекция отрезка  $AB$  на плоскость  $\alpha$ ,  $AD : DB = 3 : 2$ ,  $AM = 8$ ,  $BN = 12$ .  
Найдите:  $DE$ .



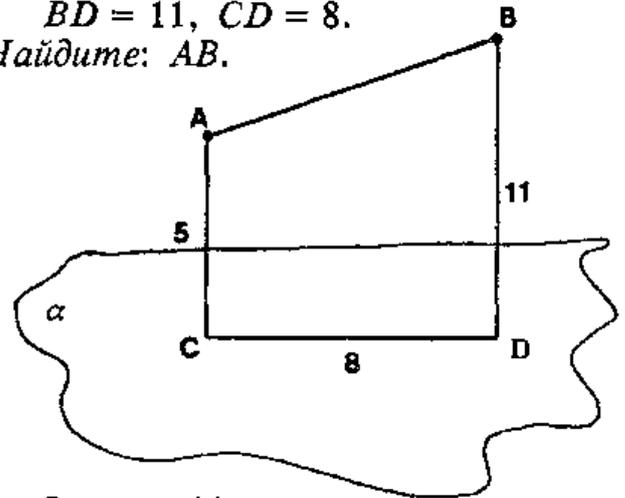
**Задача 9.**

Дано:  $CD$  — проекция отрезка  $AB$  на плоскость  $\alpha$ ,  $AB = 28$ ,  $AC = 4$ ,  $BD = 10$ .  
Найдите:  $\angle 1$ .



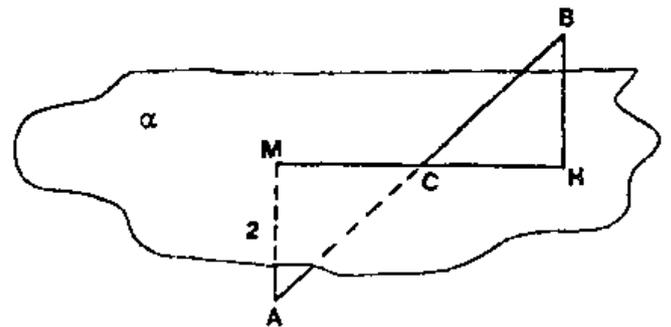
**Задача 10.**

Дано:  $CD$  — проекция отрезка  $AB$  на плоскость  $\alpha$ ,  $AC = 5$ ,  $BD = 11$ ,  $CD = 8$ .  
Найдите:  $AB$ .



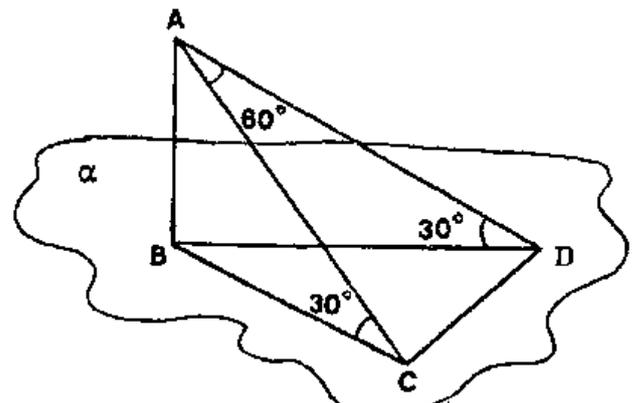
**Задача 11.**

Дано:  $MK$  — проекция отрезка  $AB$  на плоскость  $\alpha$ ,  $AM = 2$ ,  $AC = 4CB$ .  
Найдите:  $BK$ .



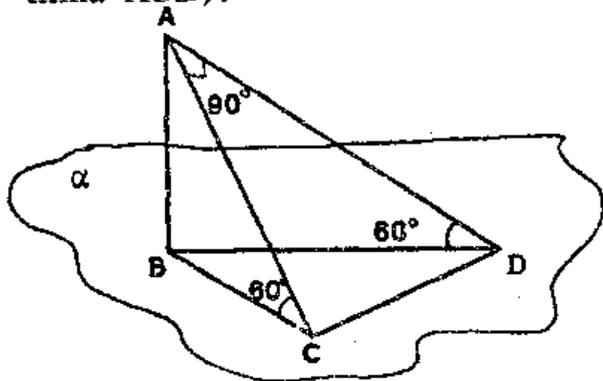
**Задача 12.**

Дано:  $AB$  — перпендикуляр к плоскости  $\alpha$ ,  $AC$  и  $AD$  — наклонные,  $\angle ACB = \angle ADB = 30^\circ$ ,  $\angle CAD = 60^\circ$ ,  $R = \sqrt{3}$  (радиус окружности, описанной вокруг треугольника  $ACD$ ).  
Найдите:  $AB$ .



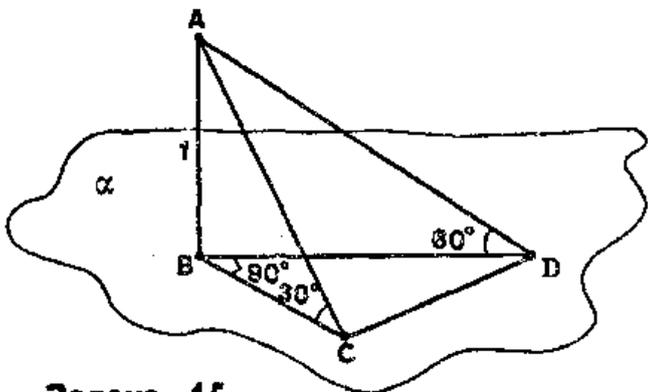
**Задача 13.**

Дано:  $AB$  — перпендикуляр к плоскости  $\alpha$ ,  $AC$  и  $AD$  — наклонные,  $\angle ACB = \angle ADB = 60^\circ$ ,  $\angle CAD = 90^\circ$ .  
 Найдите:  $R : AB$  ( $R$  — радиус окружности, описанной вокруг треугольника  $ACD$ ).



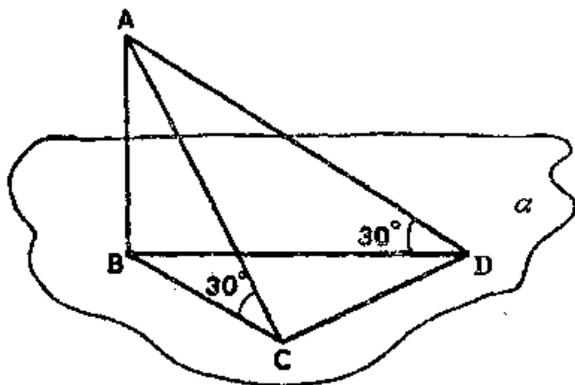
**Задача 14.**

Дано:  $AB$  — перпендикуляр к плоскости  $\alpha$ ,  $AC$  и  $AD$  — наклонные,  $\angle ACB = 30^\circ$ ,  $\angle ADB = 60^\circ$ ,  $\angle CBD = 90^\circ$ ,  $AB = 1$ .  
 Найдите:  $P_{CAD}$ .



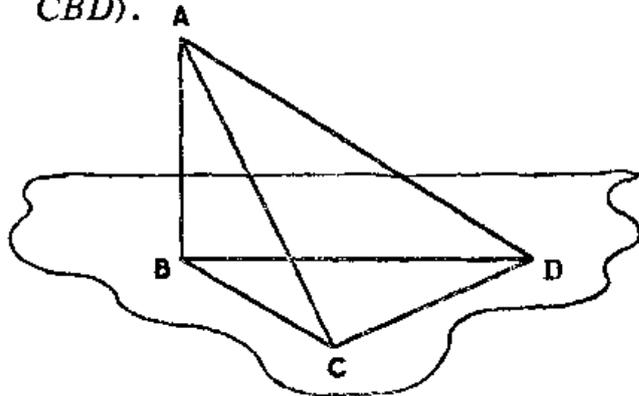
**Задача 15.**

Дано:  $AB$  — перпендикуляр,  $AC$  и  $AD$  — наклонные к плоскости  $\alpha$ ,  $\angle ACB = \angle ADB = 30^\circ$ ,  $CD = 2\sqrt{2} AB$ .  
 Найдите:  $\angle CAD$ .



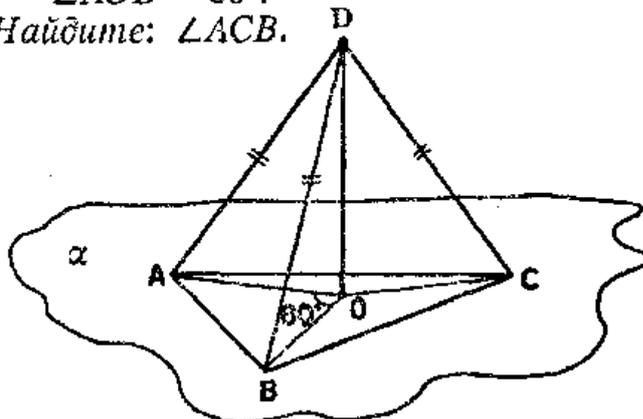
**Задача 16.**

Дано:  $AB$  — перпендикуляр,  $AC$  и  $AD$  — наклонные,  $\triangle CBD$  — равносторонний,  $AB = BC = BD$ .  
 Найдите:  $P_{\triangle ACD} : r$  ( $r$  — радиус окружности, вписанной в треугольник  $CBD$ ).



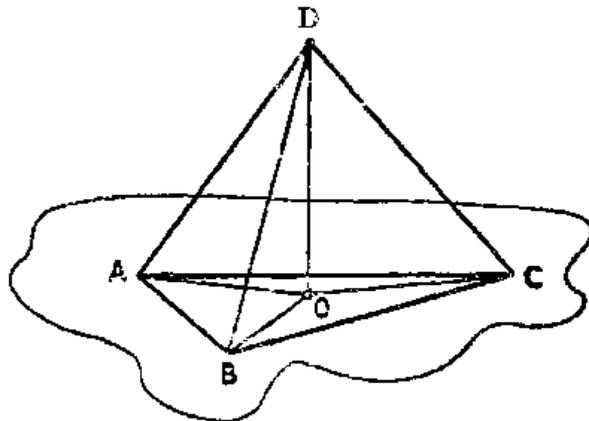
**Задача 17.**

Дано:  $\triangle ABC$ ,  $D$  — точка в пространстве,  $DA = DB = DC$ ,  $DO \perp (ABC)$ ,  $\angle AOB = 60^\circ$ .  
 Найдите:  $\angle ACB$ .



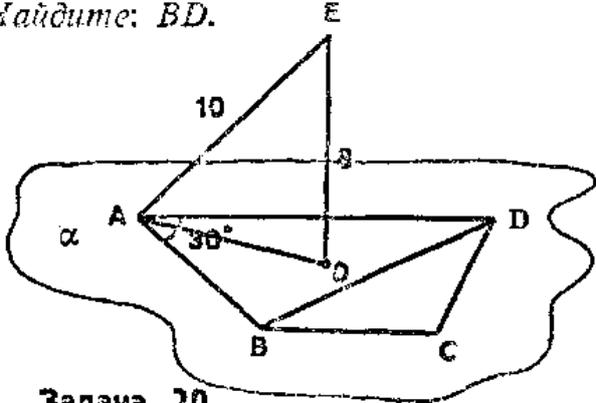
**Задача 18.**

Дано:  $\triangle ABC$ ,  $O$  — центр окружности, описанной вокруг треугольника  $ABC$ ,  $DO \perp (ABC)$ ,  $DA + DB + DC = 3$ .  
 Найдите:  $2DA + 4DB + 5DC$ .



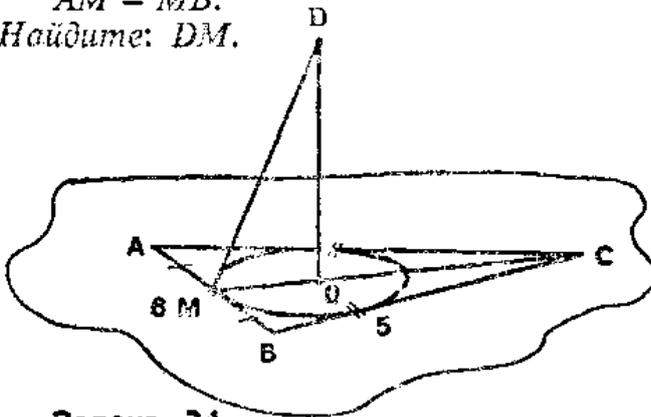
**Задача 19.**

Дано:  $ABCD$  — трапеция,  $AB = CD$ ,  
 $O$  — центр окружности, описанной  
 вокруг трапеции,  $OE \perp (ABC)$ ,  
 $AE = 10$ ,  $OE = 8$ ,  $\angle BAD = 30^\circ$ .  
 Найдите:  $BD$ .



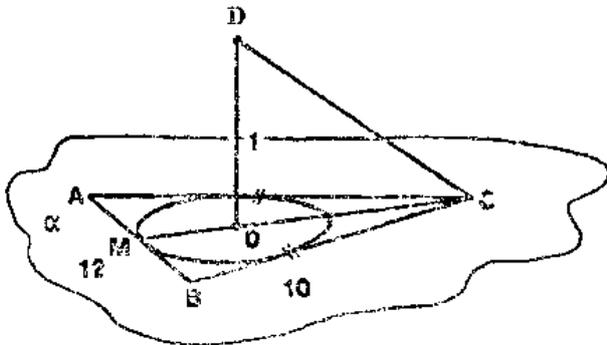
**Задача 20.**

Дано:  $\triangle ABC$ ,  $O$  — центр вписанной  
 окружности,  $OD \perp (ABC)$ ,  
 $AC = BC - 5$ ,  $AB = 6$ ,  $DO = 1$ ,  
 $AM = MB$ .  
 Найдите:  $DM$ .



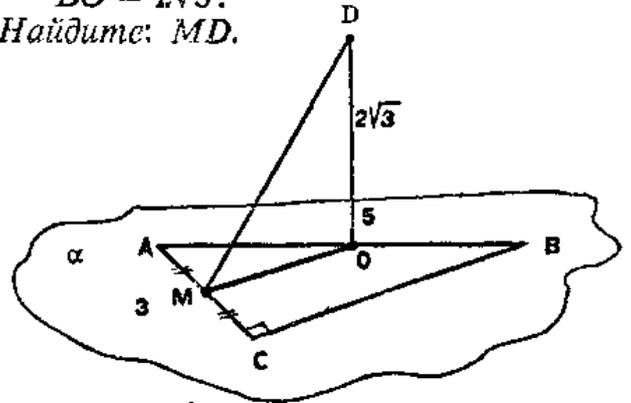
**Задача 21.**

Дано:  $\triangle ABC$ ,  $O$  — центр вписанной  
 окружности,  $AC = BC = 10$ ,  
 $AB = 12$ ,  $OD \perp (ABC)$ ,  $OD = 1$ .  
 Найдите:  $DC$ .



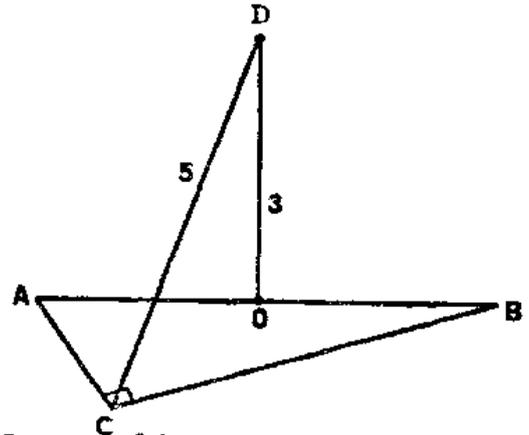
**Задача 22.**

Дано:  $\triangle ABC$ ,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $O$  — центр  
 описанной окружности,  $AM = MC$ ,  
 $OD \perp (ABC)$ ,  $AB = 5$ ,  $AC = 3$ ,  
 $DO = 2\sqrt{3}$ .  
 Найдите:  $MD$ .



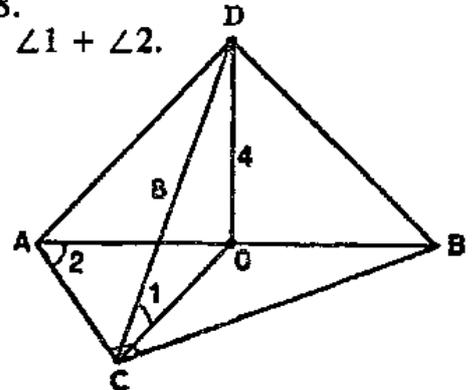
**Задача 23.**

Дано:  $\triangle ABC$ ,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $AO = OB$ ,  
 $DO \perp (ABC)$ ,  $DC = 5$ ,  $DO = 3$ .  
 Найдите:  $S$  — площадь круга, описанного  
 вокруг треугольника  $ABC$ .



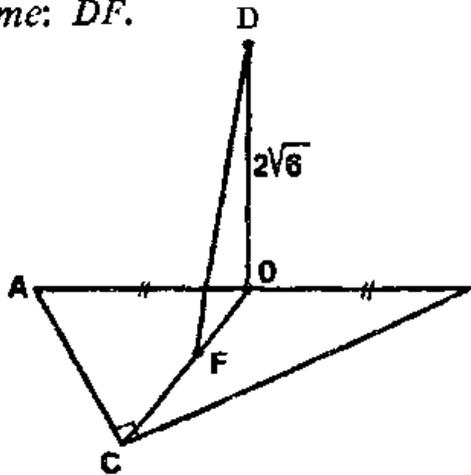
**Задача 24.**

Дано:  $\triangle ABC$ ,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  
 $DO \perp (ABC)$ ,  $DA = DB = DC$ ,  
 $AO + CO + BO = 3BC$ ,  $DO = 4$ ,  
 $DC = 8$ .  
 Найдите:  $\angle 1 + \angle 2$ .



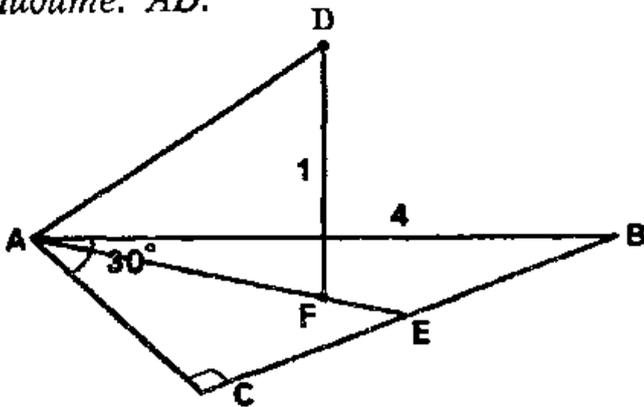
**Задача 25.**

Дано:  $\triangle ABC$ ,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $F$  — точка пересечения медиан,  $AO = OB$ ,  $DO \perp (ABC)$ ,  $DO = 2\sqrt{6}$ ,  $AB = 6$ .  
Найдите:  $DF$ .



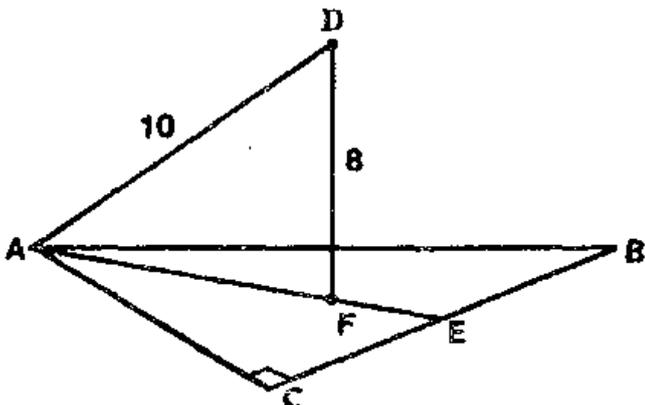
**Задача 26.**

Дано:  $\triangle ABC$ ,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $F$  — точка пересечения медиан,  $DF \perp (ABC)$ ,  $\angle CAB = 30^\circ$ ,  $AB = 4$ ,  $DF = 1$ .  
Найдите:  $AD$ .



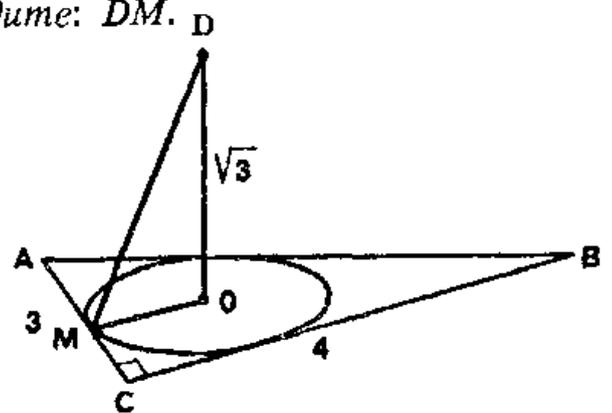
**Задача 27.**

Дано:  $\triangle ABC$ ,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $AC = CB$ ,  $F$  — точка пересечения медиан,  $DF \perp (ABC)$ ,  $AD = 10$ ,  $DF = 8$ .  
Найдите:  $S_{\triangle ABC}$ .



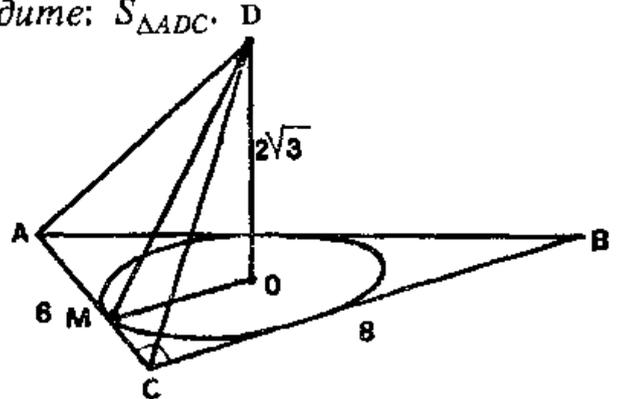
**Задача 28.**

Дано:  $\triangle ABC$ ,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $O$  — центр вписанной окружности,  $OD \perp (ABC)$ ,  $AC = 3$ ,  $CB = 4$ ,  $OD = \sqrt{3}$ ,  $OM = r$ .  
Найдите:  $DM$ .



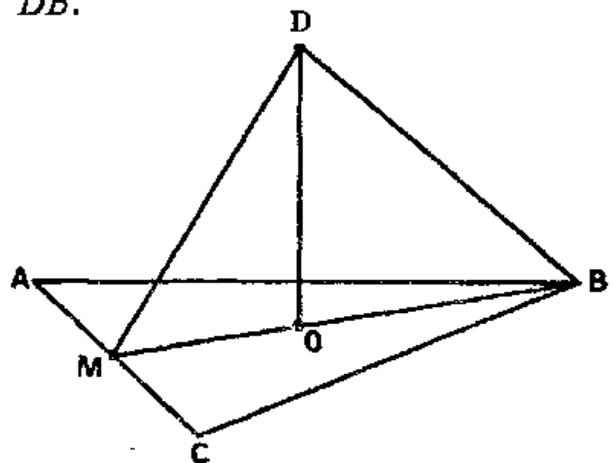
**Задача 29.**

Дано:  $\triangle ABC$ ,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $AC = 6$ ,  $CB = 8$ ,  $O$  — центр вписанной окружности,  $DO \perp (ABC)$ ,  $DO = 2\sqrt{3}$ .  
Найдите:  $S_{\triangle ADC}$ .



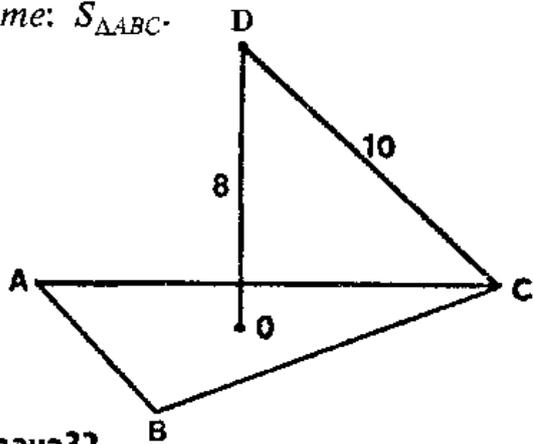
**Задача 30.**

Дано:  $\triangle ABC$ ,  $AB = BC = AC$ ,  $O$  — центр треугольника  $ABC$ ,  $OD \perp (ABC)$ .  
Найдите: угол между прямыми  $AC$  и  $DB$ .



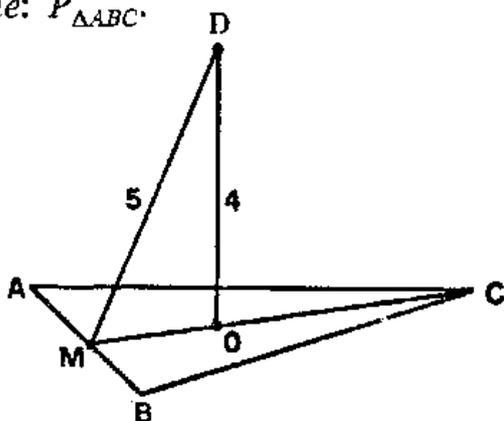
**Задача 31.**

Дано:  $\triangle ABC$ ,  $AB = BC = AC$ ,  $O$  — центр  
треугольника  $ABC$ ,  $DO \perp (ABC)$ ,  
 $DC = 10$ ,  $DO = 8$ .  
Найдите:  $S_{\triangle ABC}$ .



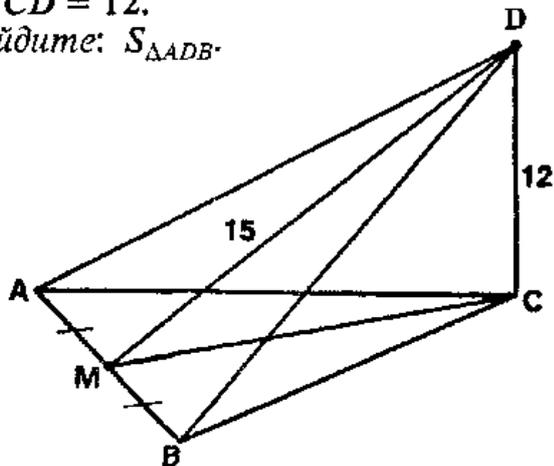
**Задача 32.**

Дано:  $\triangle ABC$ ,  $AB = BC = AC$ ,  $O$  — центр  
треугольника  $ABC$ ,  $DO \perp (ABC)$ ,  
 $DM = 5$ ,  $DO = 4$ .  
Найдите:  $P_{\triangle ABC}$ .



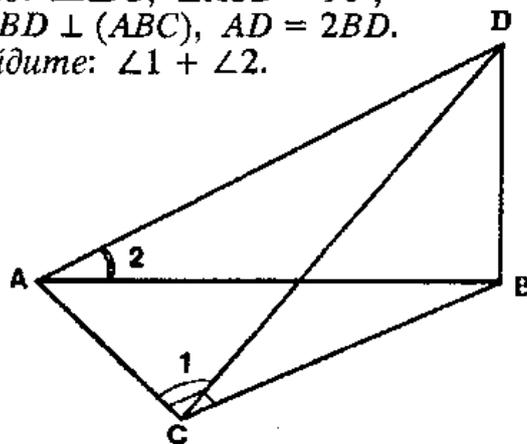
**Задача 33.**

Дано:  $\triangle ABC$ ,  $AB = BC = AC$ ,  
 $CD \perp (ABC)$ ,  $AM = MB$ ,  $DM = 15$ ,  
 $CD = 12$ .  
Найдите:  $S_{\triangle ADB}$ .



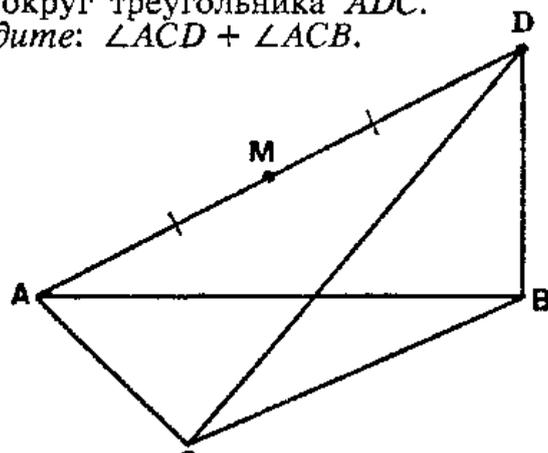
**Задача 34.**

Дано:  $\triangle ABC$ ,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  
 $BD \perp (ABC)$ ,  $AD = 2BD$ .  
Найдите:  $\angle 1 + \angle 2$ .



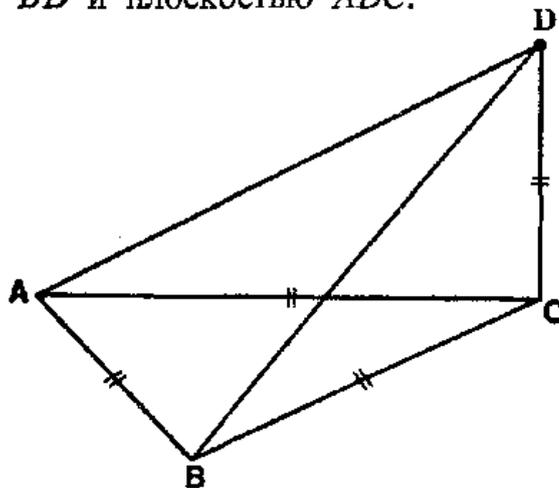
**Задача 35.**

Дано:  $\triangle ABC$ ,  $BD \perp (ABC)$ ,  $AM = MD$ ,  
 $M$  — центр окружности, описанной  
вокруг треугольника  $ADC$ .  
Найдите:  $\angle ACD + \angle ACB$ .



**Задача 36.**

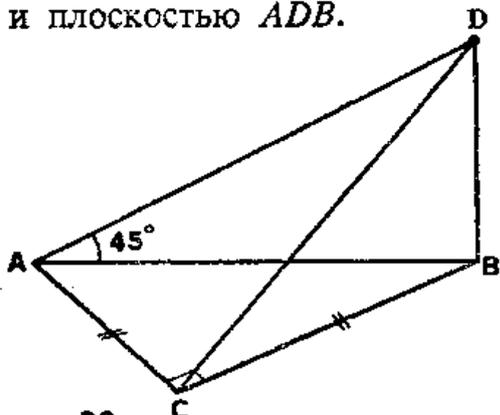
Дано:  $\triangle ABC$ ,  $AB = BC = AC$ ,  
 $CD \perp (ABC)$ ,  $DC = AC$ .  
Найдите: синус угла между прямой  
 $BD$  и плоскостью  $ADC$ .



**Задача 37.**

Дано:  $\triangle ABC$ ,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $AC = BC$ ,  
 $DB \perp (ABC)$ ,  $\angle DAB = 45^\circ$ .

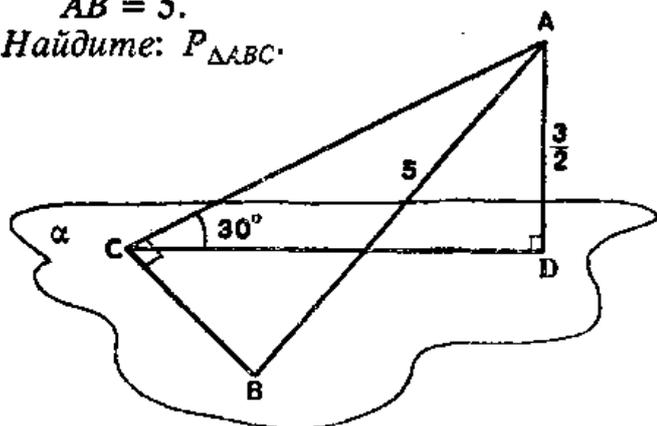
Найдите: тангенс угла между прямой  $DC$  и плоскостью  $ADB$ .



**Задача 38.**

Дано:  $\triangle ABC$ ,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $BC \in \alpha$ ,  
 $AD \perp \alpha$ ,  $AD = \frac{3}{2}$ ,  $\angle ACD = 30^\circ$ ,  
 $AB = 5$ .

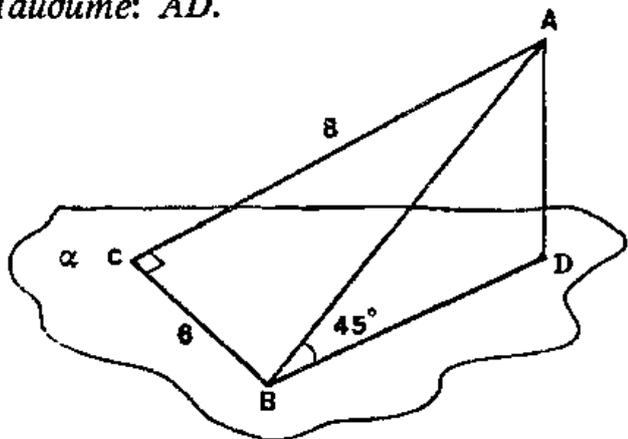
Найдите:  $R_{\triangle ABC}$ .



**Задача 39.**

Дано:  $\triangle ABC$ ,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $BC \in \alpha$ ,  
 $AD \perp \alpha$ ,  $\angle ABD = 45^\circ$ ,  $AC = 8$ ,  
 $CB = 6$ .

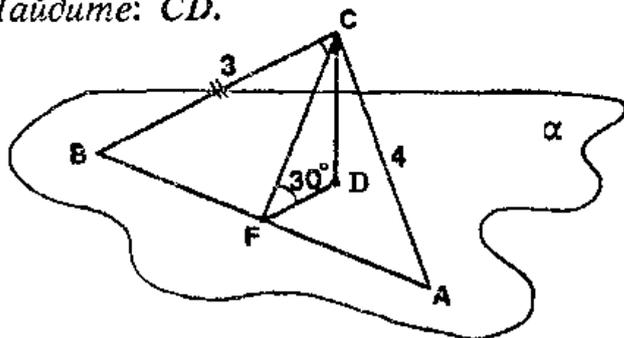
Найдите:  $AD$ .



**Задача 40.**

Дано:  $\triangle ABC$ ,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $AB \in \alpha$ ,  
 $AD \perp \alpha$ ,  $AC = 4$ ,  $BC = 3$ ,  $CF \perp AB$ ,  
 $\angle CFD = 30^\circ$ .

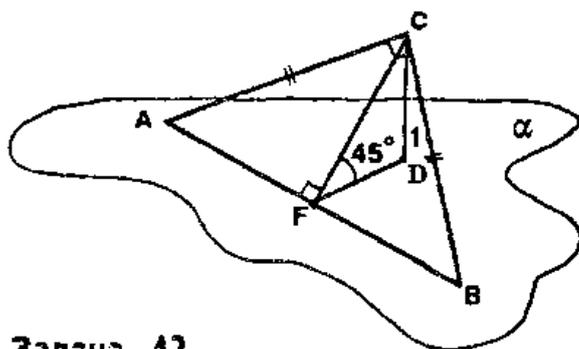
Найдите:  $CD$ .



**Задача 41.**

Дано:  $\triangle ABC$ ,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $AC = CB$ ,  
 $AB \in \alpha$ ,  $CD \perp \alpha$ ,  $CF \perp AB$ ,  
 $\angle CFD = 45^\circ$ ,  $CD = 1$ .

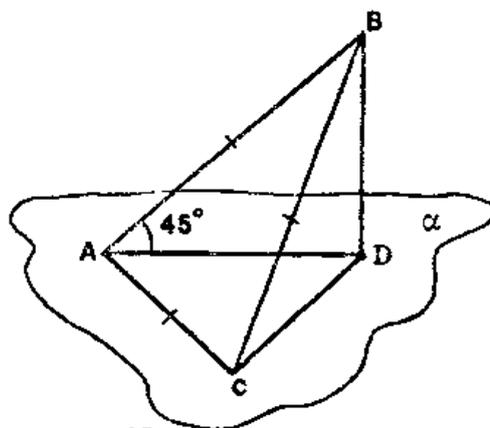
Найдите:  $R$  (радиус круга, описанного  
 вокруг треугольника  $ABC$ ).



**Задача 42.**

Дано:  $\triangle ABC$ ,  $AB = BC = AC$ ,  $AC \in \alpha$ ,  
 $BD \perp \alpha$ ,  $\angle BAD = 45^\circ$ .

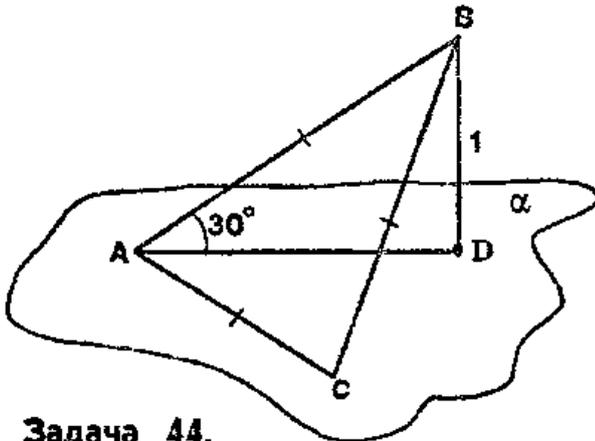
Найдите:  $\angle ADC$ .



**Задача 43.**

Дано:  $\triangle ABC$ ,  $AB = BC = AC$ ,  $AC \in \alpha$ ,  
 $BD \perp \alpha$ ,  $BD = 1$ ,  $\angle BAD = 30^\circ$ .

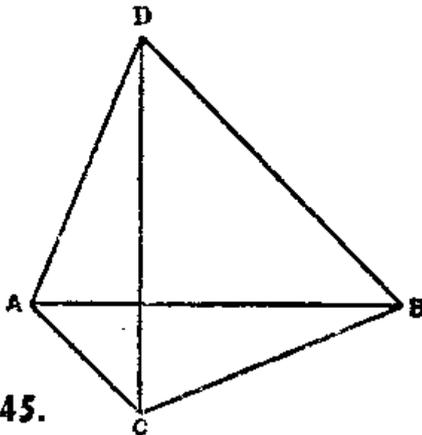
Найдите:  $R$  (радиус окружности, описанной вокруг треугольника  $ABC$ ).



**Задача 44.**

Дано:  $\triangle ABC$  и  $\triangle ABD$ ,  
 $AD = DC = AC = AB = BC$ ,  
 $(ABC) \perp (ADC)$ .

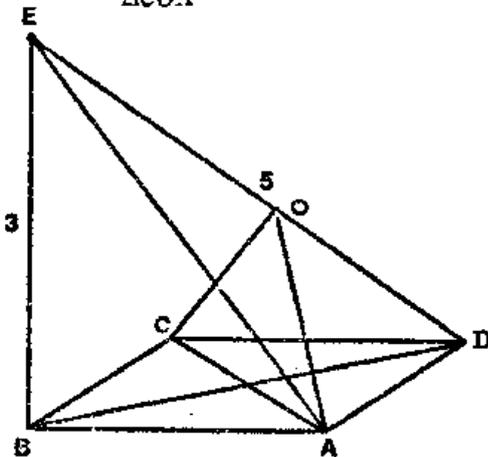
Найдите: угол между  $DB$  и плоскостью  
 треугольника  $ADC$ .



**Задача 45.**

Дано:  $ABCD$  — квадрат,  $BE \perp (ABC)$ ,  
 $ED = 5$ ,  $BE = 3$ ,  $O$  — центр окружности,  
 описанной вокруг треугольника  $AED$ .

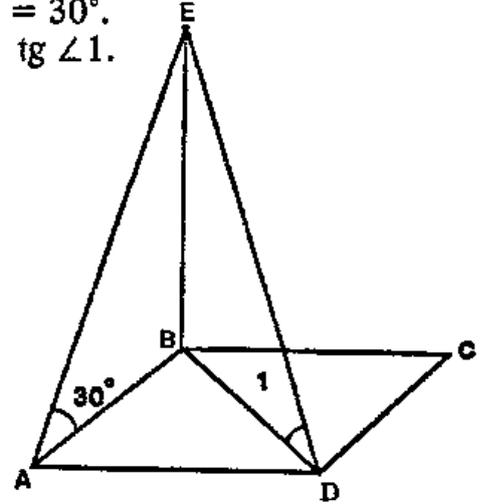
Найдите:  $R_{\triangle COA}$ .



**Задача 46.**

Дано:  $ABCD$  — квадрат,  $BE \perp (ABC)$ ,  
 $\angle EAB = 30^\circ$ .

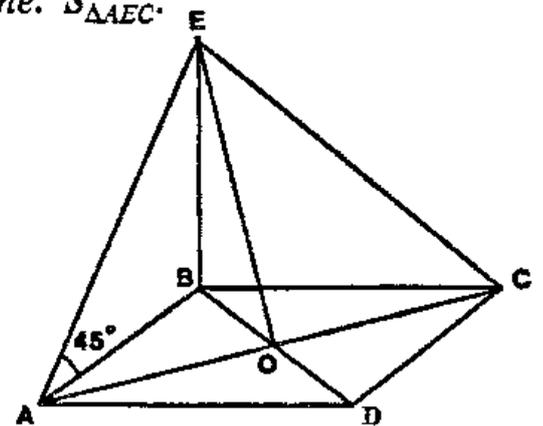
Найдите:  $\text{tg } \angle 1$ .



**Задача 47.**

Дано:  $ABCD$  — квадрат,  $BE \perp (ABC)$ ,  
 $\angle EAB = 45^\circ$ ,  $S_{ABCD} = 4$ .

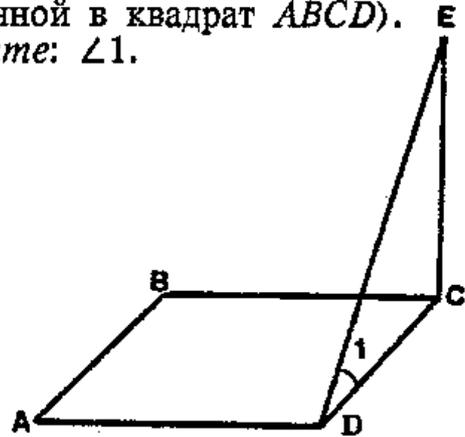
Найдите:  $S_{\triangle AEC}$ .



**Задача 48.**

Дано:  $ABCD$  — квадрат,  $CE \perp (ABC)$ ,  
 $R:r = 2$  ( $R$  — радиус окружности,  
 описанной вокруг треугольника  $CDE$ ,  
 $r$  — радиус окружности, вписанной  
 в квадрат  $ABCD$ ).

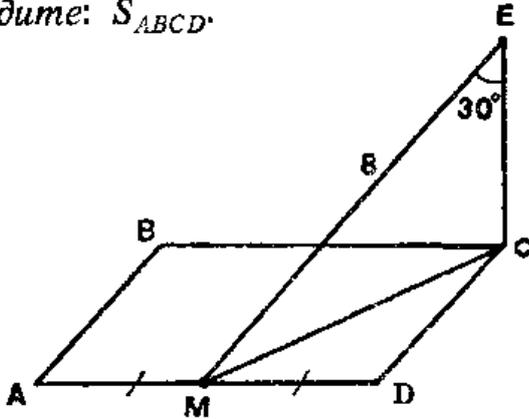
Найдите:  $\angle 1$ .



**Задача 49.**

Дано:  $ABCD$  — квадрат,  $CE \perp (ABC)$ ,  
 $AM = MD$ ,  $ME = 8$ ,  $\angle MEC = 30^\circ$ .

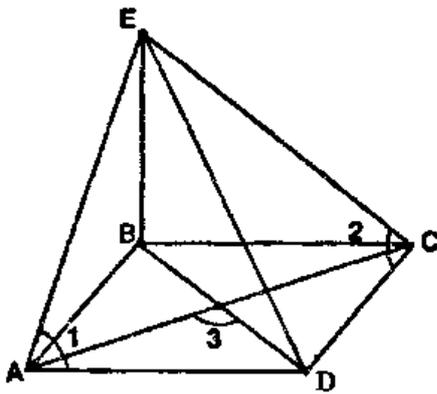
Найдите:  $S_{ABCD}$ .



**Задача 50.**

Дано:  $ABCD$  — квадрат,  $BE \perp (ABC)$ .

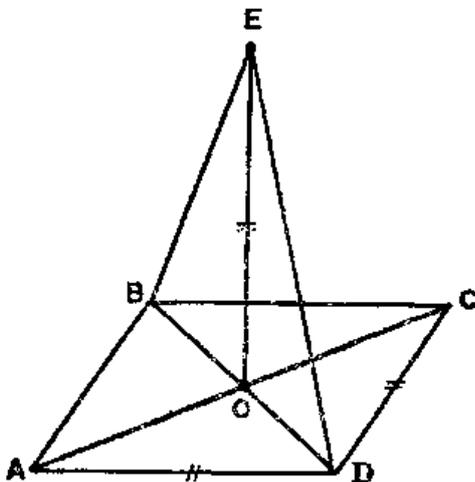
Найдите:  $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3$ .



**Задача 51.**

Дано:  $ABCD$  — квадрат,  $OE \perp (ABC)$ ,  
 $OE = DC$ .

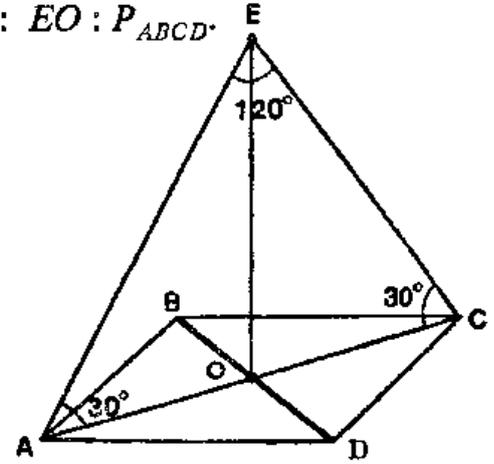
Найдите:  $S_{\Delta BED} : S_{ABCD}$ .



**Задача 52.**

Дано:  $ABCD$  — квадрат,  $OE \perp (ABC)$ ,  
 $EC = R$  ( $R$  — радиус окружности,  
 описанной вокруг треугольника  
 $AEC$ ).

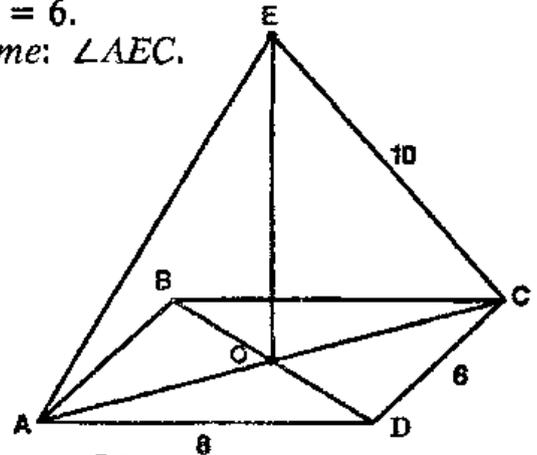
Найдите:  $EO : P_{ABCD}$ .



**Задача 53.**

Дано:  $ABCD$  — прямоугольник,  
 $OE \perp (ABC)$ ,  $EC = 10$ ,  $AD = 8$ ,  
 $DC = 6$ .

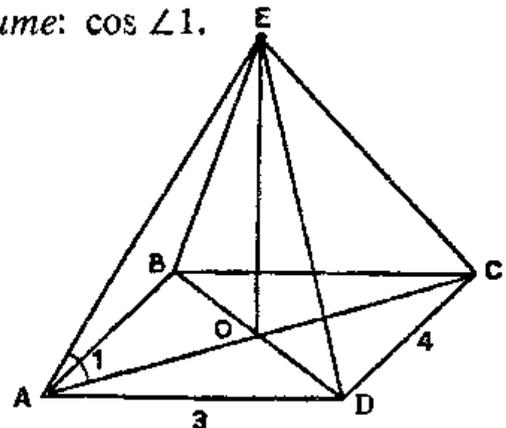
Найдите:  $\angle AEC$ .



**Задача 54.**

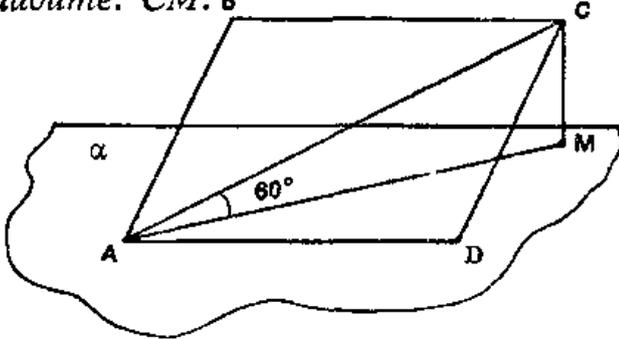
Дано:  $ABCD$  — прямоугольник,  
 $OE \perp (ABC)$ ,  $AD = 3$ ,  $DC = 4$ ,  
 $AE + BE + CE + DE = 32$ .

Найдите:  $\cos \angle 1$ .



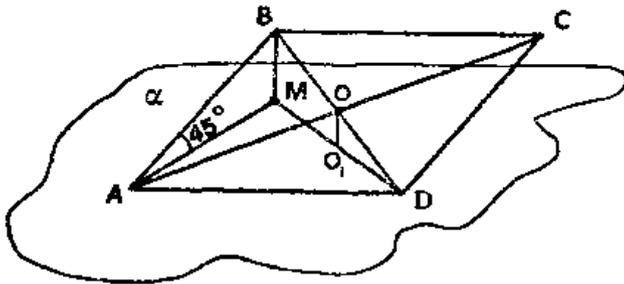
**Задача 55.**

Дано:  $ABCD$  — квадрат,  $AD \in \alpha$ ,  
 $CM \perp \alpha$ ,  $\angle CAM = 60^\circ$ ,  $S_{ABCD} = 4$ .  
 Найдите:  $CM$ .



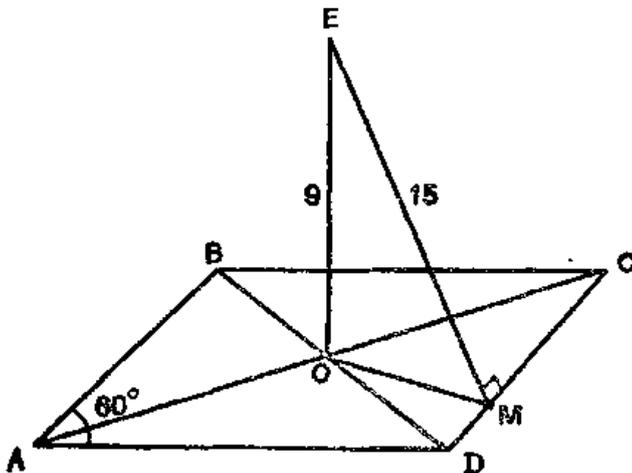
**Задача 56.**

Дано:  $ABCD$  — квадрат,  $AD \in \alpha$ ,  
 $BM \perp \alpha$ ,  $\angle BAM = 45^\circ$ ,  $OO_1 \perp \alpha$ ,  
 $OO_1 = 4$ .  
 Найдите:  $r$  (радиус окружности, вписанной в квадрат  $AECB$ ).



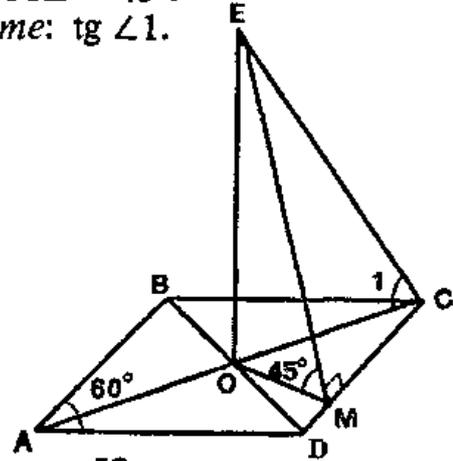
**Задача 57.**

Дано:  $ABCD$  — ромб,  $\angle BAD = 60^\circ$ ,  
 $OE \perp (ABC)$ ,  $OE = 9$ ,  $EM \perp DC$ ,  
 $EM = 15$ .  
 Найдите:  $BD$ .



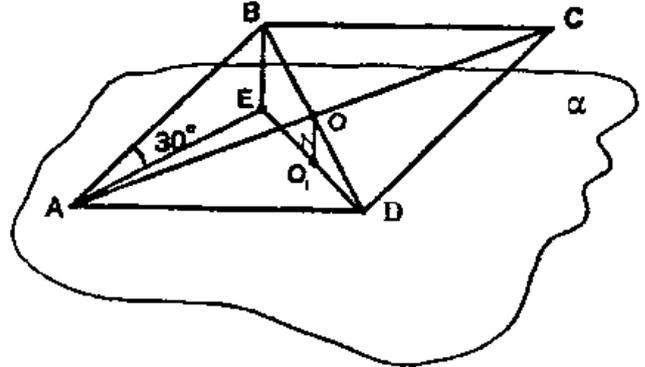
**Задача 58.**

Дано:  $ABCD$  — ромб,  $\angle BAD = 60^\circ$ ,  
 $OE \perp (ABC)$ ,  $OM \perp DC$ ,  
 $\angle OME = 45^\circ$ .  
 Найдите:  $\text{tg } \angle 1$ .



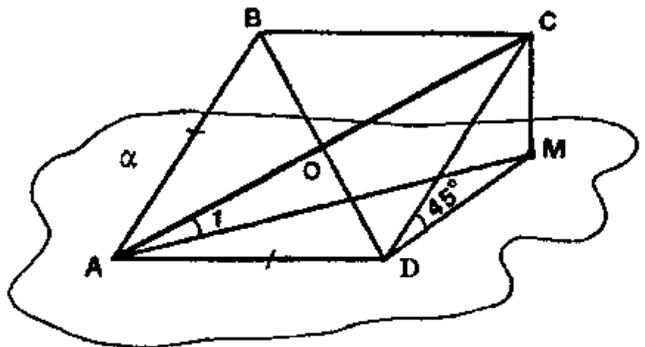
**Задача 59.**

Дано:  $ABCD$  — ромб,  $AD \in \alpha$ ,  $BE \perp \alpha$ ,  
 $\angle BAE = 30^\circ$ ,  $OO_1 \perp ED$ ,  $OO_1 = 2$ .  
 Найдите:  $P_{ABCD}$ .



**Задача 60.**

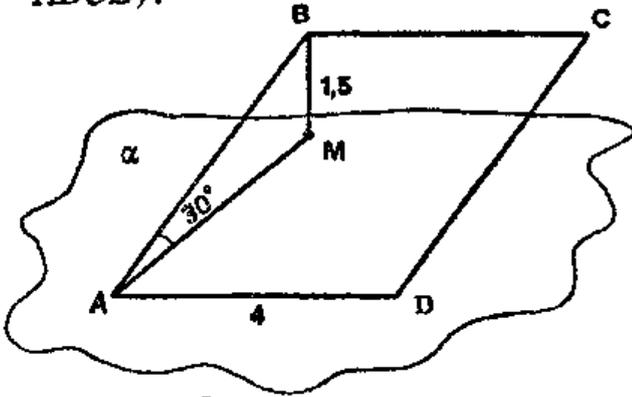
Дано:  $ABCD$  — ромб,  $AD \in \alpha$ ,  
 $CM \perp \alpha$ ,  $\angle CDM = 45^\circ$ ,  $BD = AD$ .  
 Найдите:  $\sin \angle 1$ .



**Задача 61.**

Дано:  $ABCD$  — прямоугольник,  
 $AD \in \alpha$ ,  $BM \perp \alpha$ ,  $BM = 1,5$ ,  
 $\angle BAM = 30^\circ$ ,  $AD = 4$ .

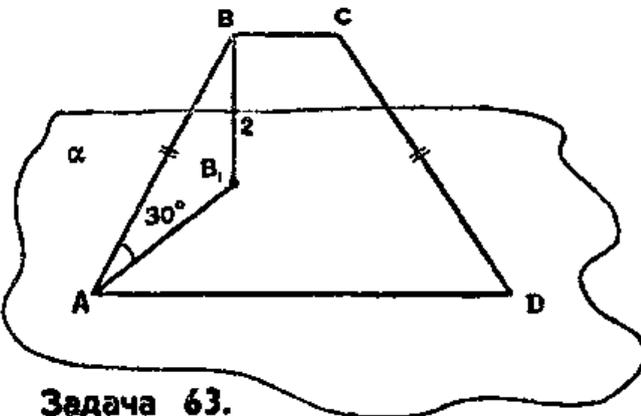
Найдите:  $R$  (радиус окружности, описанной вокруг прямоугольника  $ABCD$ ).



**Задача 62.**

Дано:  $ABCD$  — трапеция, описанная  
 вокруг окружности,  $AD \in \alpha$ ,  
 $AB = CD$ ,  $BB_1 \perp \alpha$ ,  $BB_1 = 2$ ,  
 $\angle BAB_1 = 30^\circ$ .

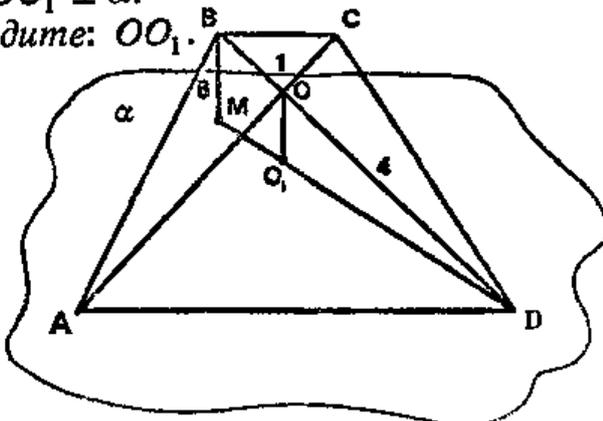
Найдите:  $P_{ABCD}$ .



**Задача 63.**

Дано:  $ABCD$  — трапеция,  $AD \in \alpha$ ,  
 $AD : BC = 4$ ,  $BM \perp \alpha$ ,  $BM = 8$ ,  
 $OO_1 \perp \alpha$ .

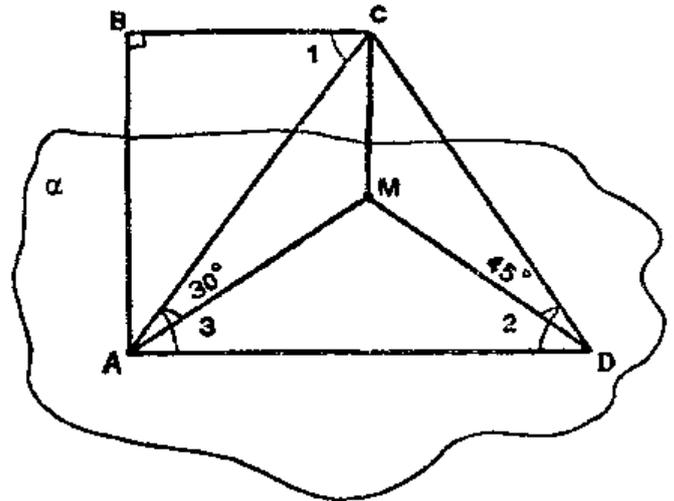
Найдите:  $OO_1$ .



**Задача 64.**

Дано:  $ABCD$  — трапеция,  $\angle ABC = 90^\circ$ ,  
 $AD \in \alpha$ ,  $CM \perp \alpha$ ,  $\angle CAM = 30^\circ$ ,  
 $\angle CDM = 45^\circ$ .

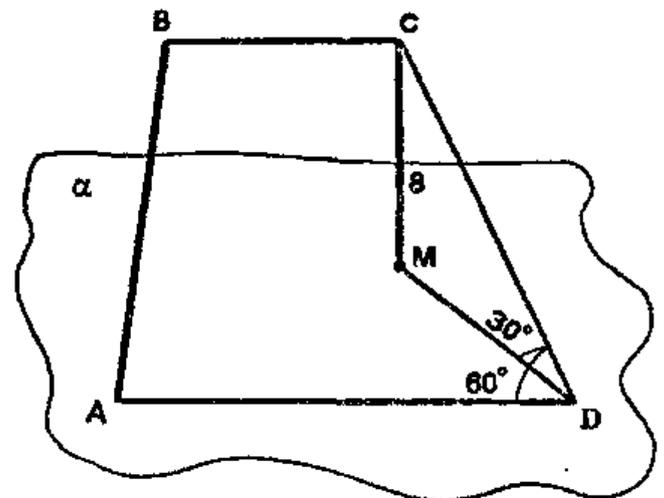
Найдите:  $\frac{\sin \angle 1}{\sin \angle 2}$ .



**Задача 65.**

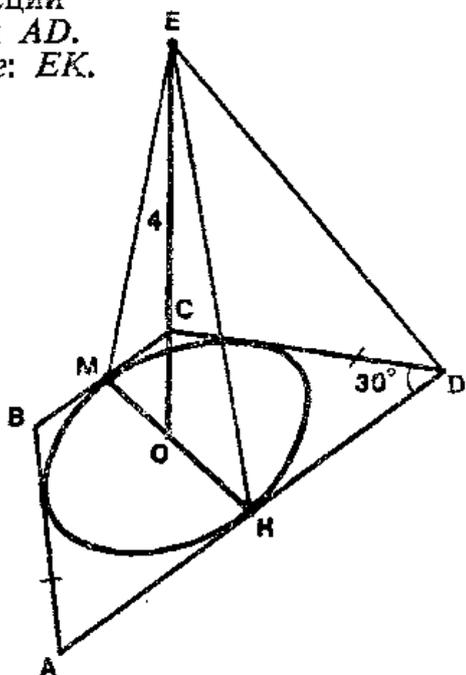
Дано:  $ABCD$  — трапеция, описанная  
 вокруг окружности,  $\angle ABC = 90^\circ$ ,  
 $AD \in \alpha$ ,  $CM \perp \alpha$ ,  $CM = 8$ ,  
 $\angle CDM = 30^\circ$ ,  $\angle CDA = 60^\circ$ .

Найдите:  $P_{ABCD}$ .



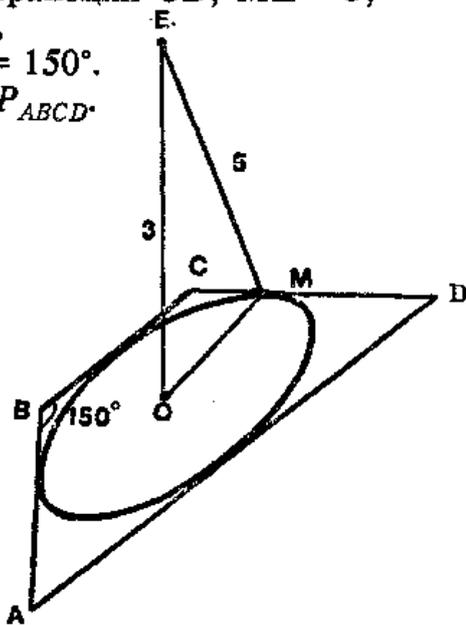
**Задача 66.**

Дано:  $ABCD$  — трапеция, описанная вокруг окружности с центром  $O$ ,  $AB = CD$ ,  $OE \perp (ABC)$ ,  $P_{ABCD} = 16$ ,  $\angle CDA = 30^\circ$ ,  $EO = 4$ ,  $M$  и  $K$  — точки касания окружности со сторонами трапеции  $BC$  и  $AD$ .  
Найдите:  $EK$ .



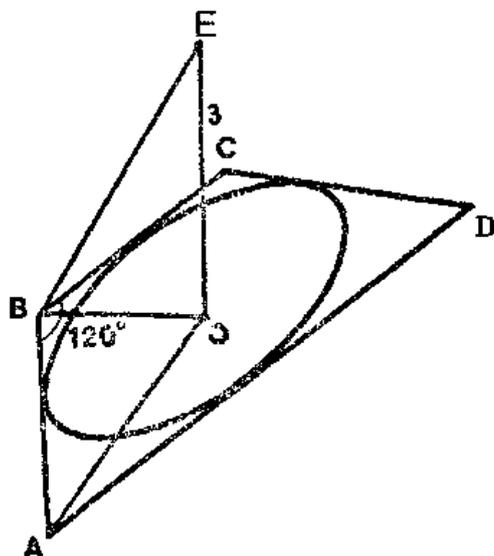
**Задача 67.**

Дано:  $ABCD$  — трапеция, описанная вокруг окружности с центром  $O$ ,  $AB = CD$ ,  $OE \perp (ABC)$ ,  $M$  — точка касания окружности с боковой стороной трапеции  $CD$ ,  $ME = 5$ ,  $OE = 3$ ,  $\angle ABC = 150^\circ$ .  
Найдите:  $P_{ABCD}$ .



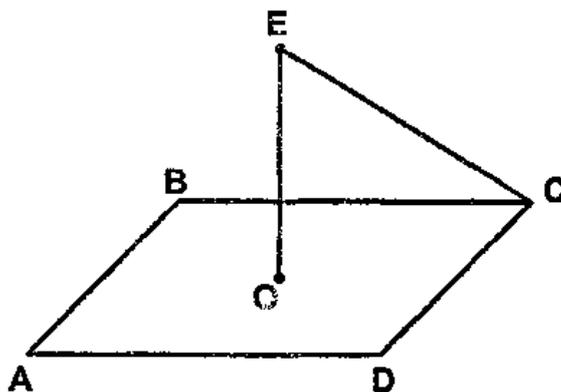
**Задача 68.**

Дано:  $ABCD$  — трапеция, описанная вокруг окружности с центром  $O$ ,  $AB = CD$ ,  $OE \perp (ABC)$ ,  $OE = 3$ ,  $\angle ABC = 120^\circ$ ,  $P_{ABCD} = 32$ .  
Найдите:  $BE$ .



**Задача 69.**

Дано:  $ABCD$  — квадрат,  $O$  — центр квадрата.  $OE \perp (ABC)$ ,  $AD = 4\sqrt{2}$ ,  $OE = 3$ .  
Найдите:  $EC$ .



## 2. Задачи разные

### Задача 70.

Из точки пространства проведены к данной плоскости перпендикуляр, равный 6, и наклонная длиной 9.

*Найдите* проекцию перпендикуляра на наклонную.

### Задача 71.

Сторона равностороннего треугольника равна 3.

*Найдите* расстояние от его плоскости до точки, которая отстоит от каждой из его вершин на 2.

### Задача 72.

Из точки  $A$  проведены к данной плоскости перпендикуляр  $AO = 1$  и две равные наклонные  $BA$  и  $AC$ , которые образуют с перпендикуляром

$$\angle BAO = \angle CAO = 60^\circ,$$

а между собой  $\angle CAB = 90^\circ$ .

*Найдите* расстояние  $BC$  между основаниями наклонных.

### Задача 73.

К данной плоскости проведены две наклонные, равные каждая 2, угол между ними равен  $60^\circ$ , а угол между их проекциями — прямой.

*Найдите* расстояние от данной точки до плоскости.

### Задача 74.

К данной плоскости проведены две равные наклонные; угол между ними равен  $60^\circ$ , угол между их проекциями — прямой.

*Найдите* угол между каждой наклонной и ее проекцией.

### Задача 75.

В равнобедренном треугольнике основание и высота равны по 4. Данная точка находится на расстоянии 6 от плоскости треугольника и на равном расстоянии от его вершин.

*Найдите* это расстояние.

### Задача 76.

Катеты прямоугольного треугольника  $ABC$  равны 3 и 4. Из вершины прямого угла  $C$  проведен к плоскости этого треугольника перпендикуляр  $CD = 1$ .

*Найдите* расстояние от точки  $D$  до гипотенузы  $AB$ .

### Задача 77.

Стороны треугольника относятся как 10:17:21, а его площадь равна 84. Из вершины большего угла этого треугольника проведен перпендикуляр к его плоскости, равный 15.

*Найдите* расстояние от его концов до большей стороны.

### Задача 78.

В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  прямой;  $CD$  — перпендикуляр к плоскости этого треугольника. Точка  $D$  соединена с  $A$  и  $B$ .

*Найдите* площадь треугольника  $ADB$ , если дано:  $CA = 3$ ,  $BC = 2$  и  $CD = 1$ .

### Задача 79.

К вершине  $A$  прямоугольника  $ABCD$  проведен к его плоскости перпендикуляр  $AM$ , конец  $M$  которого отстоит от других вершин на расстоянии 6, 7 и 9.

*Найдите* длину перпендикуляра  $AM$ .

### Задача 80.

Высота правильной четырехугольной пирамиды равна  $\sqrt{15}$ , апофема наклонена к плоскости основания под углом в  $60^\circ$ .

*Найдите* боковые ребра.

### Задача 81.

В правильной треугольной пирамиде боковое ребро равно 4 и образует с основанием пирамиды угол в  $30^\circ$ .

*Найдите* сторону основания.

### Задача 82.

Отрезок длиной 12 пересекает плоскость; концы его находятся на расстоянии 4 и 2 от плоскости.

*Найдите* угол между данным отрезком и плоскостью.

**Задача 83.**

Из точки, отстоящей от плоскости на расстоянии  $3\sqrt{2}$ , проведены две наклонные, образующие с плоскостью углы в  $45^\circ$ , а между собой угол в  $60^\circ$ .

*Найдите* расстояние между концами наклонных.

**Задача 84.**

Из точки отстоящей от плоскости на  $5\sqrt{6}$ , проведены две наклонные, образующие с плоскостью углы в  $45^\circ$  и  $30^\circ$ , а между собой прямой угол.

*Найдите* расстояние между концами наклонных.

**Задача 85.**

В равнобедренном прямоугольном треугольнике один катет находится на плоскости  $\alpha$ , а другой катет образует с ней угол в  $45^\circ$ .

*Доказать*, что гипотенуза образует с плоскостью угол в  $30^\circ$ .

**Задача 86.**

Наклонная  $AB$  составляет с плоскостью  $M$  угол в  $45^\circ$ , а прямая  $AC$ , лежащая в плоскости  $M$ , составляет угол в  $45^\circ$  с проекцией наклонной  $AB$ .

*Доказать*, что  $\angle BAC = 60^\circ$ .

**Задача 87.**

Если в правильной треугольной пирамиде высота равна стороне основания, то боковые ребра составляют с плоскостью основания угол в  $60^\circ$ . Доказать.

**Задача 88.**

Концы данного отрезка, не пересекающего плоскость, удалены от нее на 10 и 30. Как удалена от плоскости точка, делящая данный отрезок в отношении 3:7? (Два случая).

**Задача 89.**

В параллелограмме  $ABCD$  вершины  $A$  и  $D$  находятся на плоскости  $M$ , а  $B$  и  $C$  — вне ее. Сторона  $AD = 10$ , сторона  $AB = 15$ , проекции диагоналей  $AC$  и  $BD$  на плоскость  $M$  соответственно равны 13,5 и 10,5.

*Найдите* диагонали.

**Задача 90.**

Через одну из сторон ромба проведена плоскость на расстоянии 4 от противоположной стороны. Проекция диагоналей ромба на эту плоскость равны 8 и 2.

*Найдите* проекции сторон.

**Задача 91.**

Через вершину прямого угла  $C$  прямоугольного треугольника  $ABC$  проведена плоскость параллельно гипотенузе на расстоянии 4 от нее. Проекция катетов на эту плоскость равны  $2\sqrt{2}$  и 3.

*Найдите* проекцию гипотенузы на эту же плоскость.

**Задача 92.**

Отрезки двух прямых, заключенные между двумя параллельными плоскостями, равны  $\sqrt{65}$  и 5, а их проекции на одну из этих плоскостей относятся как 3:7.

*Найдите* расстояние между данными плоскостями.

**Задача 93.**

$A$  и  $B$  — точки на ребре прямого двугранного угла;  $AC$  и  $BD$  — перпендикуляры к ребру, проведенные в разных гранях.

*Найдите* расстояние  $CD$ , если  $AB = 6$ ,  $AC = 3$  и  $BD = 2$ .

**Задача 94.**

Треугольник  $ABC$ , прямоугольный при  $C$ , опирается катетом  $AC$  на плоскость  $M$ , образуя с ней двугранный угол в  $45^\circ$ . Катет  $AC = 6$ , а гипотенуза  $AB$  относится к катету  $BC$ , как 5:4.

Найдите расстояние от вершины  $B$  до плоскости  $M$ .

**Задача 95.**

Два равнобедренных треугольника имеют общее основание, а плоскости их отклонены на  $60^\circ$ . Общее основание равно 16; боковая сторона одного треугольника равна 17, а боковые стороны другого взаимно перпендикулярны. Найдите расстояние между вершинами треугольников.

**Задача 96.**

Катеты прямоугольного треугольника равны 5 и 12. Найдите расстояние от вершины прямого угла до плоскости, которая проходит через гипотенузу и составляет угол в  $30^\circ$  с плоскостью треугольника.

**Задача 97.**

Из точки  $A$  проведены перпендикуляр  $AB$  и наклонная  $AC$ . Найдите длину перпендикуляра, если длины отрезков: проекции наклонной на плоскость, перпендикуляр и наклонная представляют арифметическую прогрессию, разность которой равна 2.

**Задача 98.**

Из точки  $A$  проведены к плоскости перпендикуляр  $AB$  и наклонные  $AC$  и  $AD$ . Найдите проекцию наклонной  $AD$  на плоскость основания, если наклонные  $AC$  и  $AD$  больше перпендикуляра соответственно на 3 и 1, а проекция наклонной  $AC$  равна 9.

**Задача 99.**

Из точки  $A$  проведены к плоскости перпендикуляр  $AB$  и наклонные  $AC$  и  $AD$ .

Найдите  $AB$ , если проекции наклонных на основание меньше длины перпендикуляра соответственно на 3 и 7, а  $BC \cdot BD = 45$ .

**Задача 100.**

$AB$  — перпендикуляр к плоскости.  
 $AC$  и  $AD$  — наклонные,

$$AC : AD : AB = 15 : 13 : 1.$$

Найдите длины наклонных, если угол между их проекциями  $90^\circ$ , а площадь треугольника  $BCD$  равна  $180^\circ$ .

**Задача 101.**

$AB$  — перпендикуляр к плоскости.  
 $AC$  и  $AD$  — наклонные.

Найдите длину перпендикуляра, если угол между их проекциями  $90^\circ$ , а площади треугольников  $ABC$ ,  $ABD$  и  $BCD$  соответственно равны 54; 30; 22,5.

**Задача 102.**

Из точки  $A$  проведены к плоскости перпендикуляр  $AB$  и наклонные  $AC$  и  $AD$ . Проекция наклонной  $AC$ , равная 9, на 6 меньше наклонной  $AC$  и на 4 наклонной  $AD$ . Найдите проекцию наклонной  $AD$ , если

$$AD : AC = 13 : 15.$$

**Задача 103.**

$KM$  — проекция отрезка  $AB$  на плоскость  $\alpha$ . Отрезок  $AB$  равен  $8\sqrt{2}$  и образует с плоскостью угол  $45^\circ$ .

Найдите расстояние от концов отрезка до плоскости.

**Задача 104.**

$AB$  — перпендикуляр к плоскости.  
 $AC$  и  $AD$  — наклонные. Наклонная  $AC$  составляет с перпендикуляром  $30^\circ$  и меньше наклонной  $AD$  на единицу. Найдите меньшую наклонную, если проекция большей равна  $\sqrt{13}$ .

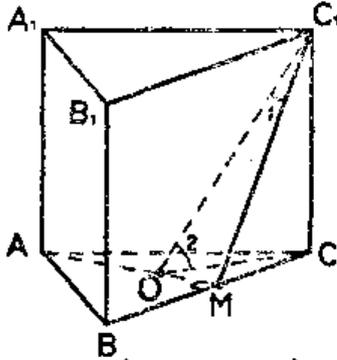
**Задача 105.**

Через вершину  $C$  треугольника  $ABC$ , периметр которого равен  $8 + 5\sqrt{2}$ , проходит плоскость, параллельная прямой  $AB$ . Стороны треугольника  $AC$  и  $BC$  составляют с плоскостью основания углы  $45^\circ$  и  $30^\circ$ , а расстояние от стороны  $AB$  до плоскости основания равно 3. Найдите проекцию стороны  $AB$  на данную плоскость.

### 3. Правильная треугольная призма

#### Задача 106 (прямая).

Дано:  $ABCA_1B_1C_1$  — правильная треугольная призма,  $O$  — центр треугольника  $ABC$ ,  $OM \perp BC$ ,  $\angle 2 = 45^\circ$ .  
Найдите:  $\sin \angle 1$ .

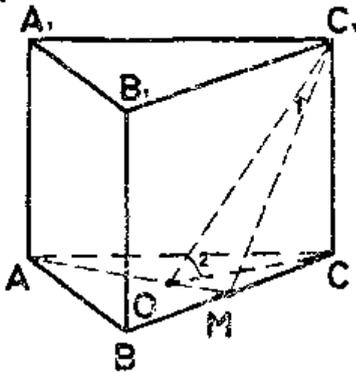


#### Задача 106 (обратная).

Дано:  $ABCA_1B_1C_1$  — правильная треугольная призма,  $O$  — центр треугольника  $ABC$ ,  $OM \perp BC$ ,

$$\sin \angle 1 = \frac{\sqrt{2}}{4}.$$

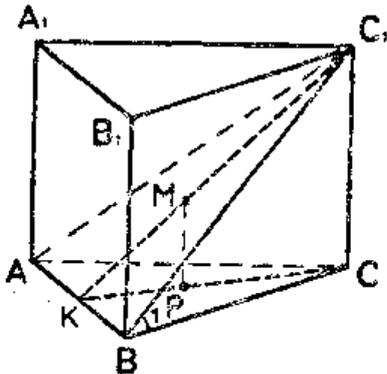
Найдите:  $\angle 2$ .



#### Задача 107 (прямая).

Дано:  $ABCA_1B_1C_1$  — правильная треугольная призма,  $M$  — точка пересечения медиан треугольника  $AC_1B_1$ ,  $MP \perp (ABC)$ ,  $9MP = P_{ABC}$ .

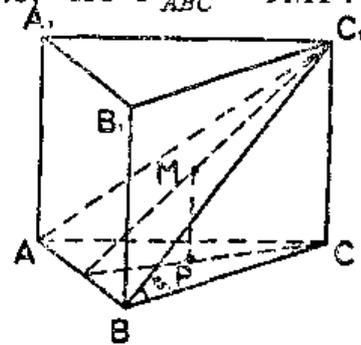
Найдите:  $\angle 1$ .



#### Задача 107 (обратная).

Дано:  $ABCA_1B_1C_1$  — правильная треугольная призма,  $M$  — точка пересечения медиан треугольника  $AC_1B_1$ ,  $MP \perp (ABC)$ ,  $\angle C_1BC = 45^\circ$ .

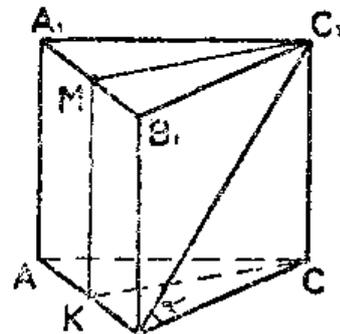
Докажите, что  $P_{ABC} = 9MP$ .



#### Задача 108.

Дано:  $ABCA_1B_1C_1$  — правильная треугольная призма,  $AK = KB$ ,  $A_1M = MB_1$ , в четырехугольник  $KMC_1C$  можно вписать окружность.

Найдите:  $\angle \alpha$ .

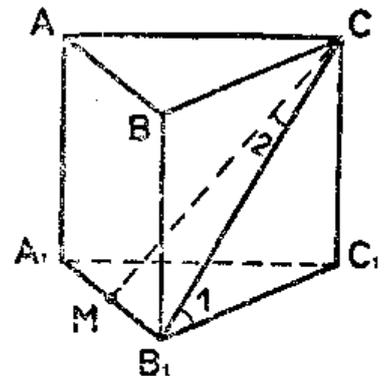


#### Задача 109.

Дано:  $ABCA_1B_1C_1$  — правильная треугольная призма,  $A_1M = MB_1$ ,

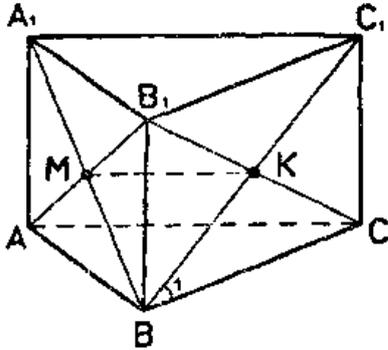
$$\sin \angle 1 = \frac{1}{3}.$$

Найдите:  $\operatorname{tg} \angle 2$ .



**Задача 110.**

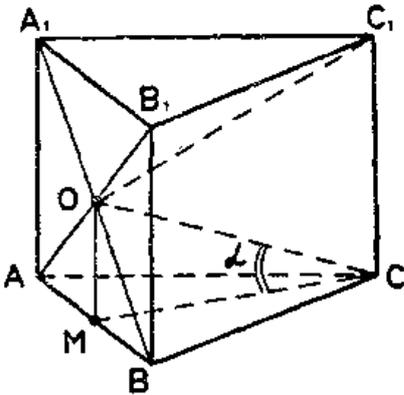
Дано:  $ABCA_1B_1C_1$  — правильная треугольная призма,  $C_1C = 2MK$ .  
Найдите:  $\angle 1$ .



**Задача 111 [прямая].**

Дано:  $ABCA_1B_1C_1$  — правильная треугольная призма,  $OM \perp AB$ ,  
 $\frac{S_{MOCC_1}}{S_{ABC}} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ .

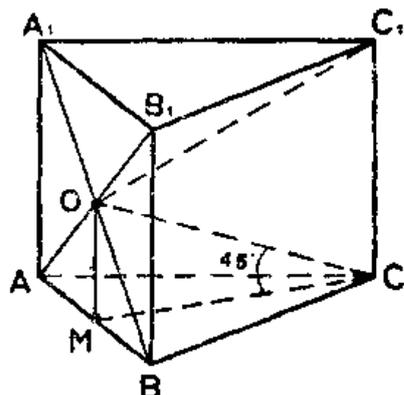
Найдите:  $\angle \alpha$ .



**Задача 111 [обратная].**

Дано:  $ABCA_1B_1C_1$  — правильная треугольная призма,  $OM \perp (ABC)$ ,  
 $\angle OCM = 45^\circ$ .

Найдите:  $S_{MOCC_1} : S_{ABC}$ .

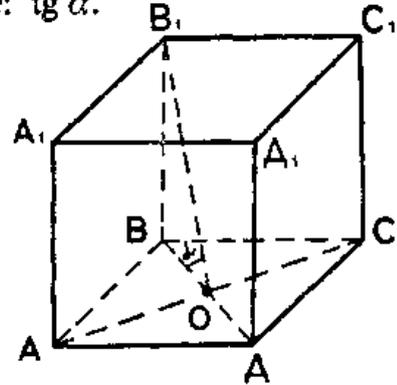


**4. Правильная четырехугольная призма**

**Задача 112 [прямая].**

Дано:  $AC_1$  — куб.

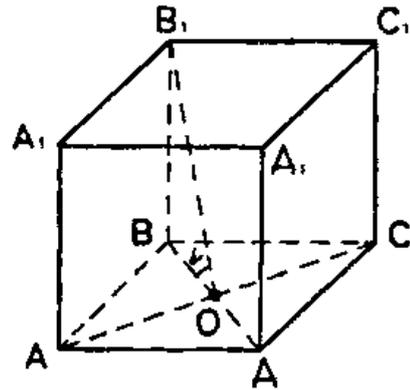
Найдите:  $\text{tg } \alpha$ .



**Задача 112 [обратная].**

Дано:  $AC_1$  — правильная четырехугольная призма,  $\text{tg } \alpha = \sqrt{2}$ .

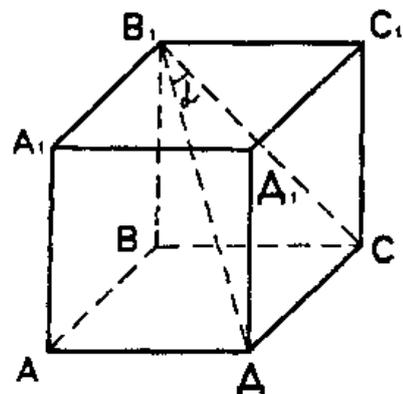
Доказать, что данная фигура — куб.



**Задача 113.**

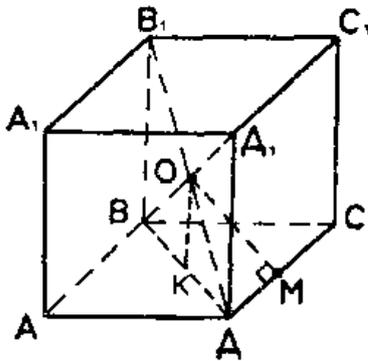
Дано:  $AC_1$  — куб.

Найдите:  $\text{tg } \alpha$ .



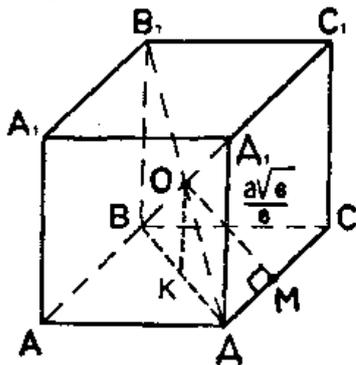
**Задача 114 (прямая).**

Дано:  $AC_1$  — куб,  $OM \perp DC$ ,  
 $B_1D = a$ .  
 Найдите:  $OM$ .



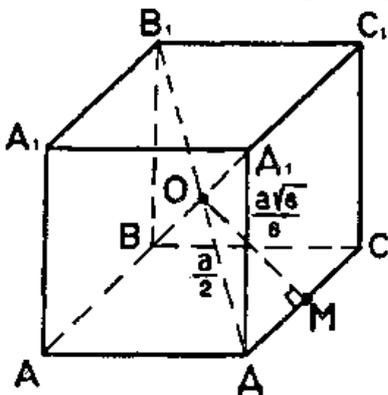
**Задача 114 (первая обратная).**

Дано:  $AC_1$  — куб,  $OM \perp DC$ ,  
 $OM = \frac{a\sqrt{6}}{6}$ .  
 Найдите:  $B_1D$ .



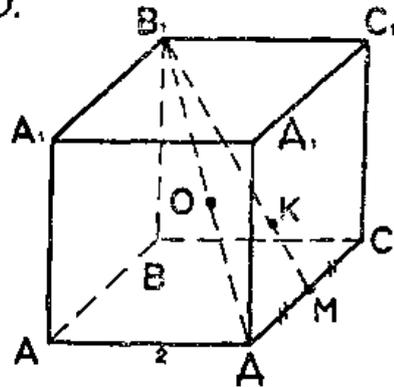
**Задача 114 (вторая обратная).**

Дано:  $AC_1$  — правильная четырехугольная  
 призма,  $OM \perp DC$ ,  
 $OM = \frac{a\sqrt{6}}{6}$ ,  $B_1D = a$ .  
 Докажите, что  $ABCD_1A_1B_1C_1D_1$  — куб.



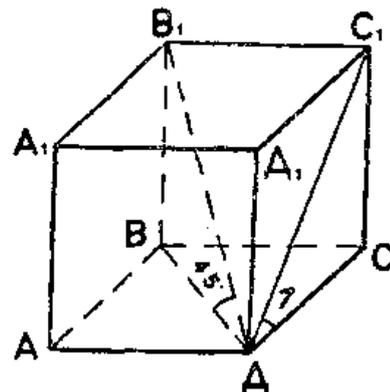
**Задача 115.**

Дано:  $AC_1$  — куб,  $O$  — центр симметрии  
 куба,  $DM = MC$ ,  $AD = 2$ ,  
 $K \in (B_1M)$ .  
 Найдите расстояние от  $A$  до плоскости  
 $OKD$ .



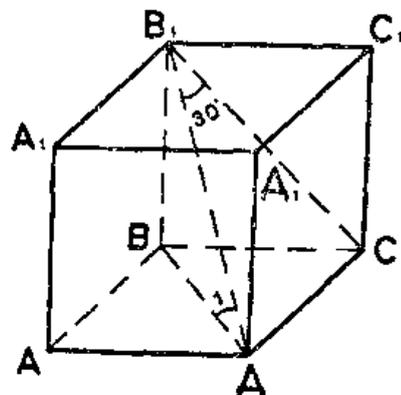
**Задача 116.**

Дано:  $AC_1$  — правильная четырехуголь-  
 ная призма,  $\angle BDB_1 = 45^\circ$ .  
 Найдите:  $\angle 1$ .



**Задача 117.**

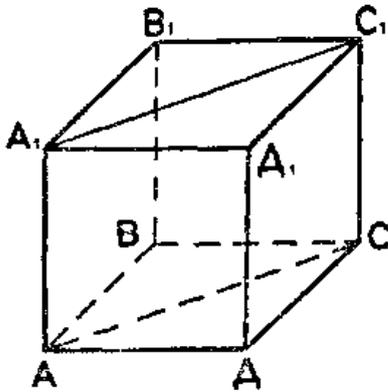
Дано:  $AC_1$  — правильная четырехуголь-  
 ная призма,  $\angle DB_1C = 30^\circ$ .  
 Найдите:  $\angle 1$ .



**Задача 118.**

Дано:  $AC_1$  — правильная четырехугольная призма.

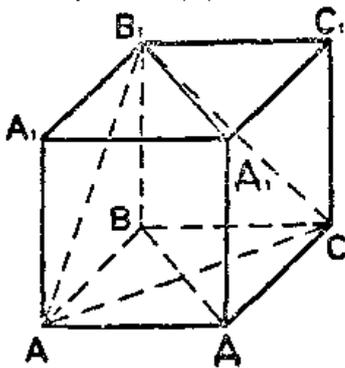
Найдите:  $S_{AA_1C_1C} : S_{DD_1C_1C}$ .



**Задача 119 (прямая).**

Дано:  $AC_1$  — правильная четырехугольная призма,  $AB_1 = AC$ .

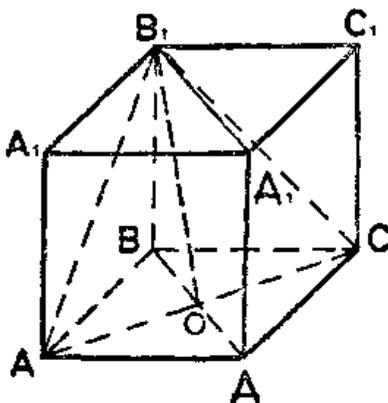
Найдите:  $S_{ABC} : S_{BB_1D_1D}$ .



**Задача 119 (обратная).**

Дано:  $AC_1$  — правильная четырехугольная призма,  $S_{ABC} : S_{BB_1D_1D} = \frac{\sqrt{6}}{4}$ .

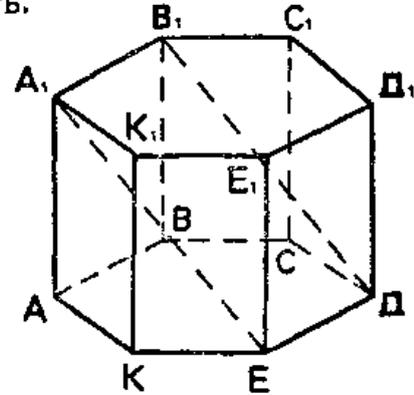
Доказать, что  $AB_1 = AC$ .



**Задача 120.**

Дано:  $AD_1$  — правильная шестиугольная призма.

Докажите, что вокруг четырехугольника  $EA_1B_1D$  можно описать окружность.

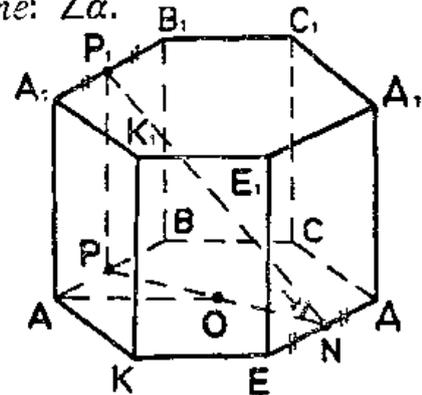


**Задача 121.**

Дано:  $AD_1$  — правильная шестиугольная призма,  $AA_1B_1B$  — квадрат,

$A_1P_1 = P_1B_1$ ,  $AP = PB$ ,  $EN = ND$ .

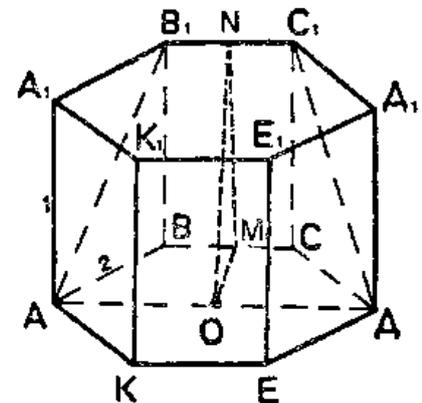
Найдите:  $\angle \alpha$ .



**Задача 122 (прямая).**

Дано:  $AD_1$  — правильная шестиугольная призма,  $AB = 2$ ,  $BB_1 = 1$ .

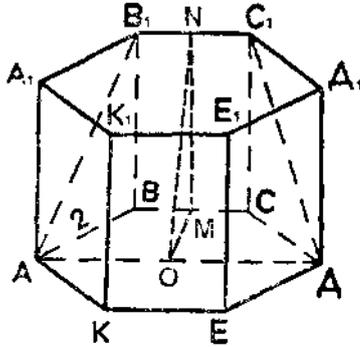
Найдите:  $S_{ABC_1D}$ .



**Задача 122 (первая обратная).**

Дано:  $AD_1$  — правильная шестиугольная призма,  $AB = 2$ ,  $S_{AB_1C_1D} = 6$ .

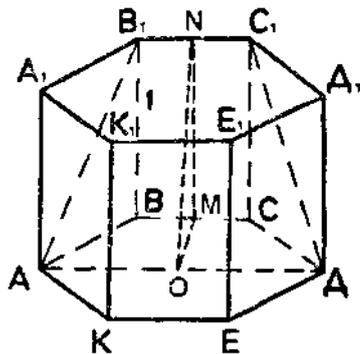
Найдите:  $BB_1$ .



**Задача 122 (вторая обратная).**

Дано:  $AD_1$  — правильная шестиугольная призма,  $BB_1 = 1$ ,  $S_{AB_1C_1D} = 6$ .

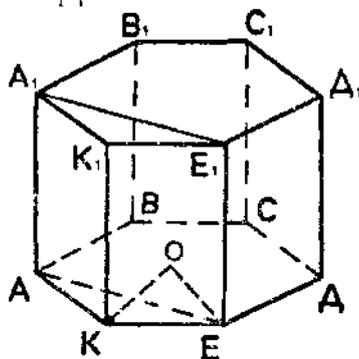
Найдите:  $AB$ .



**Задача 123 (прямая).**

Дано:  $AD_1$  — правильная шестиугольная призма,  $S_{осн} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ ,  $AA_1 = 1$ .

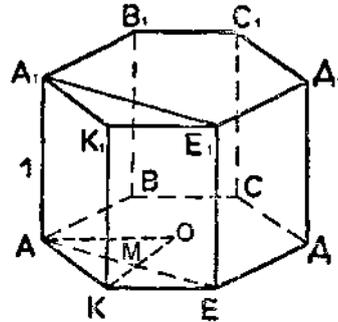
Найдите:  $S_{AA_1E_1E}$ .



**Задача 123 (первая обратная).**

Дано:  $AD_1$  — правильная шестиугольная призма,  $S_{AA_1E_1E} = \sqrt{3}$ ,  $AA_1 = 1$ .

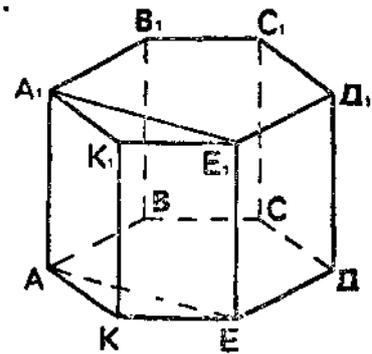
Найдите:  $S$  основания.



**Задача 123 (вторая обратная).**

Дано:  $AD_1$  — правильная шестиугольная призма,  $S_{AA_1E_1E} = \sqrt{3}$ ,  $S_{осн} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ .

Найдите:  $AA_1$ .

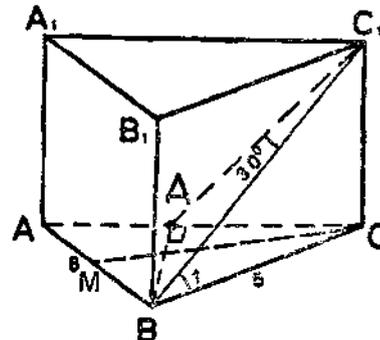


**6. Неправильная призма**

**Задача 124.**

Дано:  $ABCA_1B_1C_1$  — прямая треугольная призма,  $AC = BC = 5$ ,  $AB = 6$ ,  $BD \perp AC$ ,  $\angle BC_1D = 30^\circ$ .

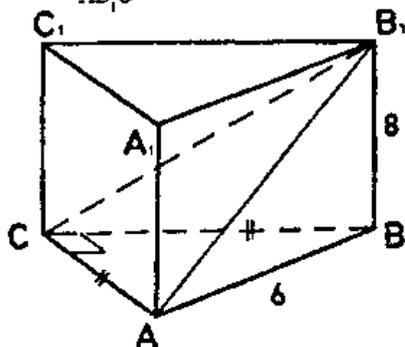
Найдите:  $\cos \angle 1$ .



**Задача 125.**

Дано:  $ABCA_1B_1C_1$  — прямая треугольная призма,  $AC = BC$ ,  $\angle BCA = 90^\circ$ ,  $BB_1 = 8$ ,  $R = 5$  ( $R$  — радиус окружности, описанной вокруг треугольника  $AB_1C$ ).

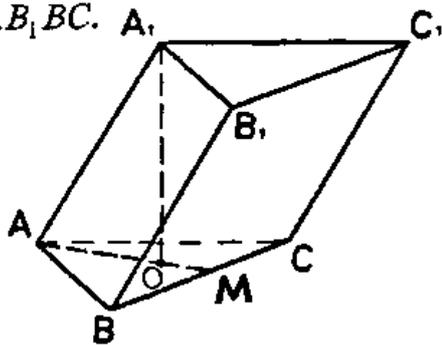
Найдите:  $S_{AB_1C}$ .



**Задача 126.**

Дано:  $ABCA_1B_1C_1$  — треугольная призма,  $O$  — центр треугольника  $ABC$ ,  $BC = AC = AB$ ,  $A_1O$  — высота призмы.

Найдите:  $\angle B_1BC$ .



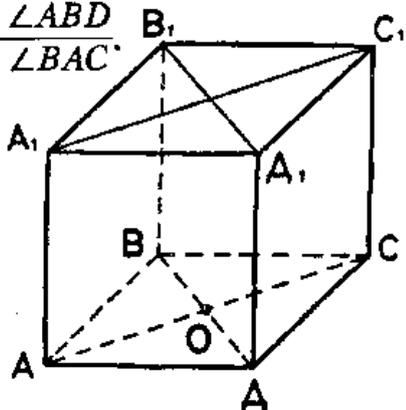
**Задача 127.**

Дано:  $AC_1$  — прямой параллелепипед,

$$\frac{S_{AA_1CC_1}}{S_{BB_1DD_1}} = 2.$$

Найдите:

$$\frac{\sin \angle ABD}{\sin \angle BAC}$$

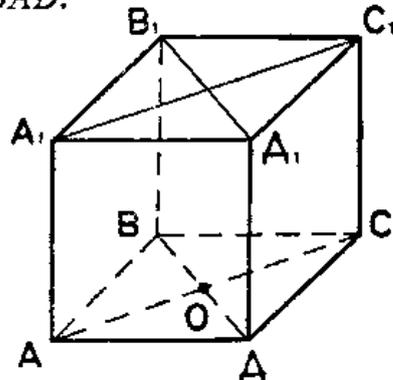


**Задача 128.**

Дано:  $AC_1$  — прямая четырехугольная призма,  $ABCD$  — ромб,

$$\frac{S_{AA_1CC_1}}{S_{BB_1DD_1}} = \sqrt{3}.$$

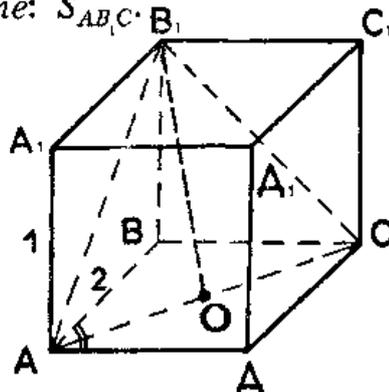
Найдите:  $\angle BAD$ .



**Задача 129 [прямая].**

Дано:  $AC_1$  — прямой параллелепипед,  $ABCD$  — ромб,  $\angle BAD = 60^\circ$ ,  $AA_1 = 1$ ,  $AB = 2$ .

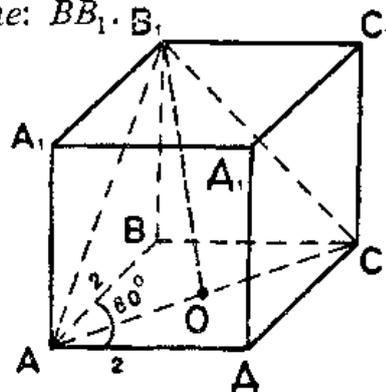
Найдите:  $S_{AB_1C}$ .



**Задача 129 [первая обратная].**

Дано:  $AC_1$  — прямой параллелепипед,  $ABCD$  — ромб,  $AO = OC$ ,  $\angle BAD = 60^\circ$ ,  $AB = 2$ ,  $S_{AB_1C} = \sqrt{6}$ .

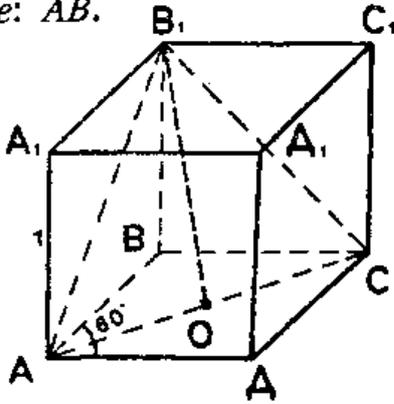
Найдите:  $BB_1$ .



**Задача 129 (вторая обратная).**

Дано:  $AC_1$  — прямой параллелепипед,  
 $AO = OC$ ,  $ABCD$  — ромб,  
 $\angle BAD = 60^\circ$ ,  $AA_1 = 1$ ,  $S_{ABC} = \sqrt{6}$ .

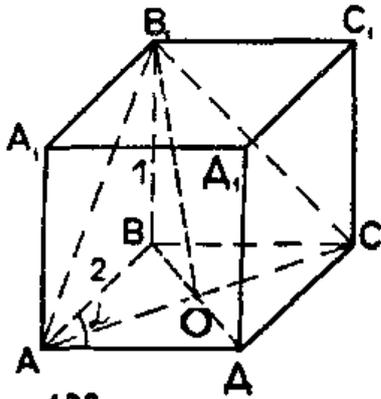
Найдите:  $AB$ .



**Задача 129 (третья обратная).**

Дано:  $AC_1$  — прямой параллелепипед,  
 $ABCD$  — ромб,  $AA_1 = 1$ ,  $AB = 2$ ,  
 $S_{ABC} = \sqrt{6}$ .

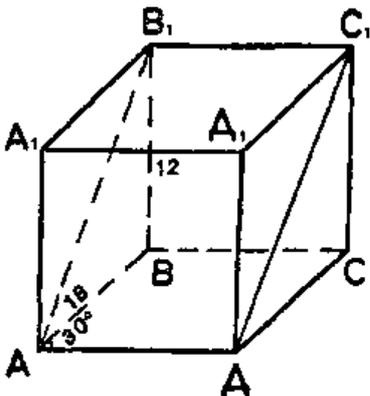
Найдите:  $\angle BAD$ .



**Задача 130.**

Дано:  $AC_1$  — прямой параллелепипед,  
 $ABCD$  — ромб,  $\angle BAD = 30^\circ$ ,  
 $AB = 18$ ,  $BB_1 = 12$ .

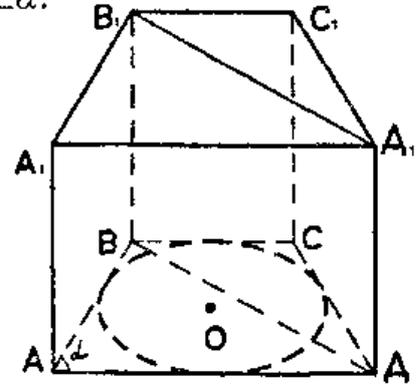
Найдите:  $S_{ABC_1D_1}$ .



**Задача 131.**

Дано:  $AC_1$  — прямая призма,  $ABCD$  —  
трапеция,  $AB = CD$ ,  $O$  — центр впи-  
санной окружности,  $\frac{S_{BB_1D_1D}}{S_{AA_1B_1B}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$ .

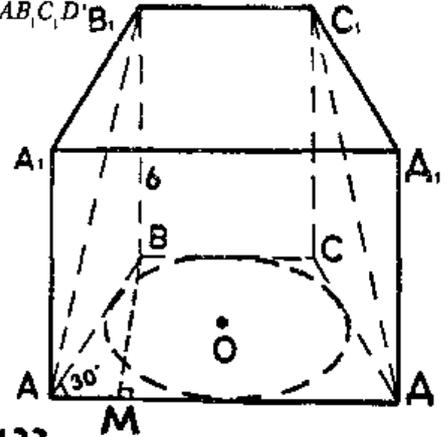
Найдите:  $\angle \alpha$ .



**Задача 132.**

Дано:  $AC_1$  — прямая призма,  $ABCD$  —  
трапеция,  $AB = CD$ ,  $\angle BAD = 30^\circ$ ,  
 $O$  — центр вписанной окружности,  
 $BB_1 = 6$ ,  $P_{ABCD} = 64$ .

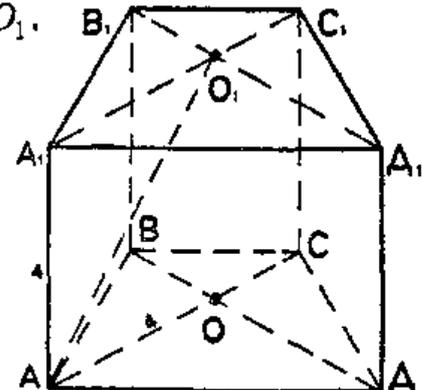
Найдите:  $S_{ABC_1D_1B_1}$ .



**Задача 133.**

Дано:  $AC_1$  — прямая призма,  $ABCD$  —  
трапеция,  $AB = DC$ ,  $AD = 3BC$ ,  
 $AA_1 = 4$ ,  $AC = 4$ .

Найдите:  $AO_1$ .



## 7. Задачи разные

### Задача 134.

Боковое ребро прямого параллелепипеда равно 5, стороны оснований равны 6 и 8 и одна из диагоналей основания равна 12.

Найдите диагонали параллелепипеда.

### Задача 135.

Стороны основания прямого параллелепипеда равны 3 и 5, а одна из диагоналей основания — 4. Меньшая диагональ параллелепипеда с плоскостью основания составляет угол в  $60^\circ$ . Найдите диагонали параллелепипеда.

### Задача 136.

Стороны основания прямого параллелепипеда равны 2 и 5; расстояние между меньшими из них 4; боковое ребро равно  $2\sqrt{2}$ . Найдите диагонали параллелепипеда.

### Задача 137.

Стороны основания прямого параллелепипеда равны 3 и 4 и составляют угол  $60^\circ$ , а боковое ребро равно  $2\sqrt{3}$ . Найдите диагонали этого параллелепипеда.

### Задача 138.

В прямом параллелепипеде ребра, выходящие из одной вершины, равны 1, 2 и 3, причем два меньших образуют угол в  $60^\circ$ . Найдите большую диагональ этого параллелепипеда.

### Задача 139.

Стороны основания прямоугольного параллелепипеда равны 7 и 24, а высота параллелепипеда равна 8. Найдите площадь диагонального сечения.

### Задача 140.

Боковое ребро прямого параллелепипеда равно 10, стороны основания равны 23 и 11, а диагонали основания относятся как 2:3. Определите площади диагональных сечений.

### Задача 141.

Стороны основания прямого параллелепипеда равны 17 и 28; одна из диагоналей основания равна 25, сумма площадей диагональных сечений относится к площади основания как 16:15. Найдите площади диагональных сечений.

### Задача 142.

В прямом параллелепипеде с основанием  $ABCD$  дано:  $AB = 29$ ,  $AD = 36$ ,  $BD = 25$  и боковое ребро равно 48. Определите площадь сечения  $AB_1C_1D$ .

### Задача 143.

Площадь основания правильной четырехугольной призмы равна 144, а высота равна 14.

Найдите диагональ этой призмы.

### Задача 144.

Найти диагональ правильной четырехугольной призмы, если диагональ основания равна 8, а диагональ боковой грани равна 7.

### Задача 145.

Стороны основания прямой треугольной призмы равны 10, 17 и 21, а высота призмы 18. Найдите площадь сечения, проведенного через боковое ребро и меньшую высоту основания.

### Задача 146.

Основанием прямой призмы служит ромб; диагонали призмы равны 8 и 5, высота 2. Найдите сторону основания.

### Задача 147.

Боковое ребро наклонной призмы равно 15 и наклонено к плоскости основания под углом  $30^\circ$ . Найдите высоту призмы.