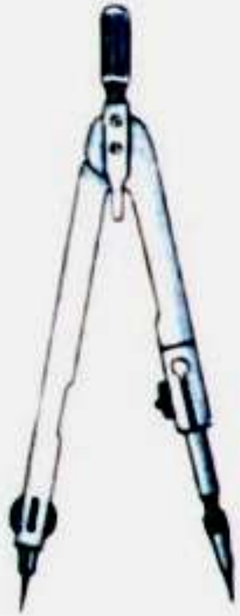
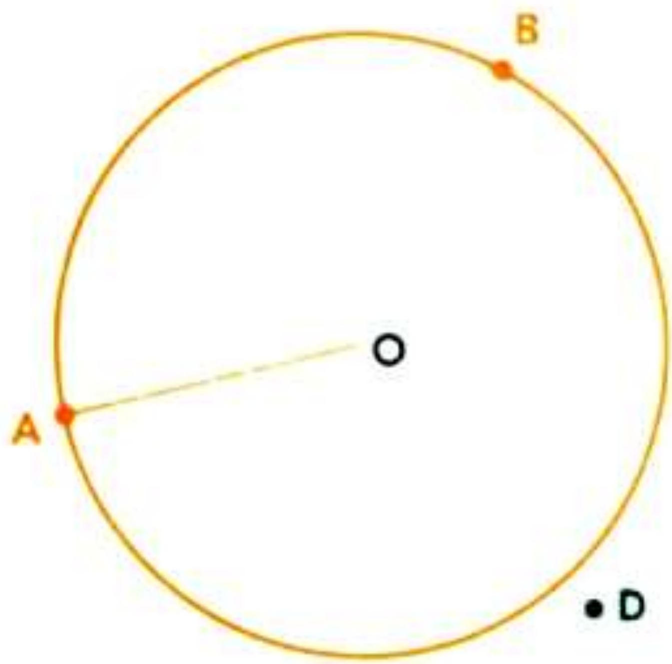
ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ПОСТРОЕНИЯ

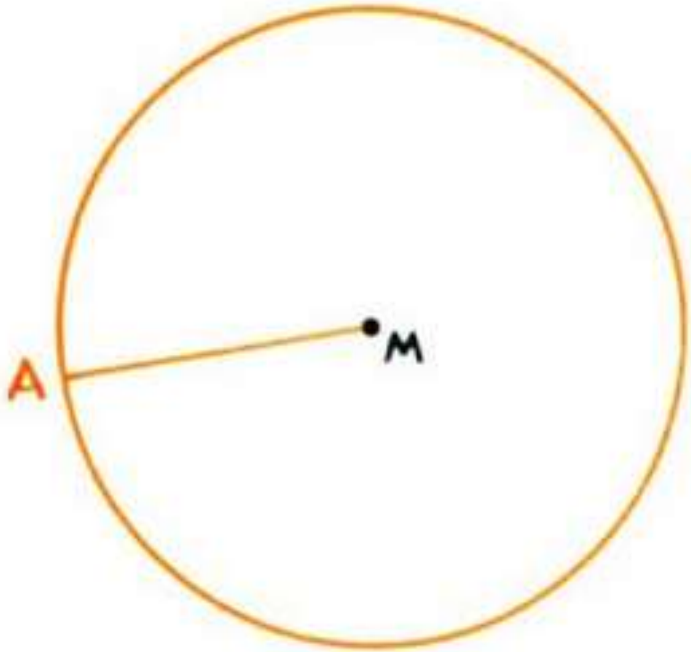


Диафильм по математике для VI класса



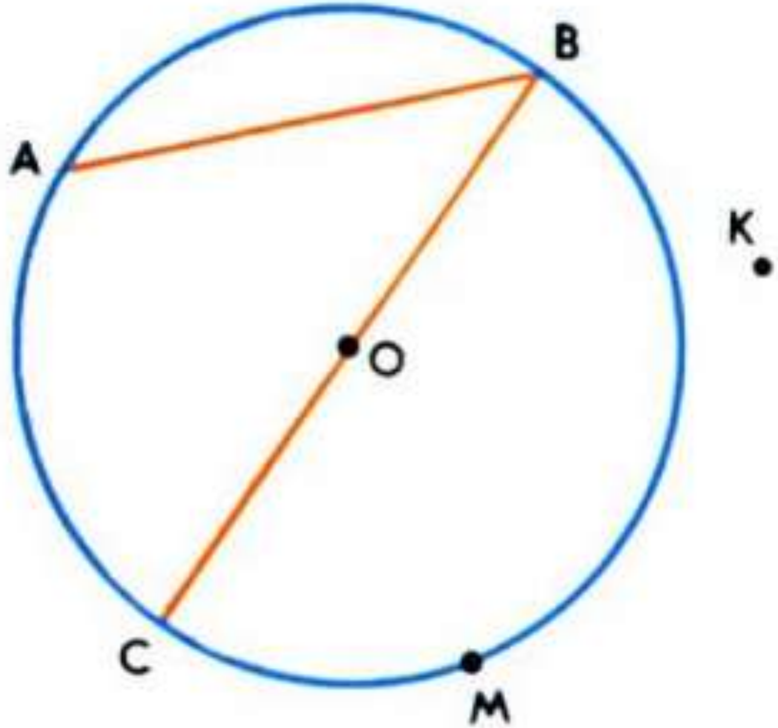
Окружностью называется фигура, которая состоит из всех точек плоскости, равноудаленных от данной точки — центра окружности.

Расстояние от центра O окружности до лежащей на ней точки A равно 5 см. Докажите, что расстояние от точки O до точки B этой окружности равно 5 см, а расстояние от O до точек C и D, не лежащих на ней, не равно 5 см.



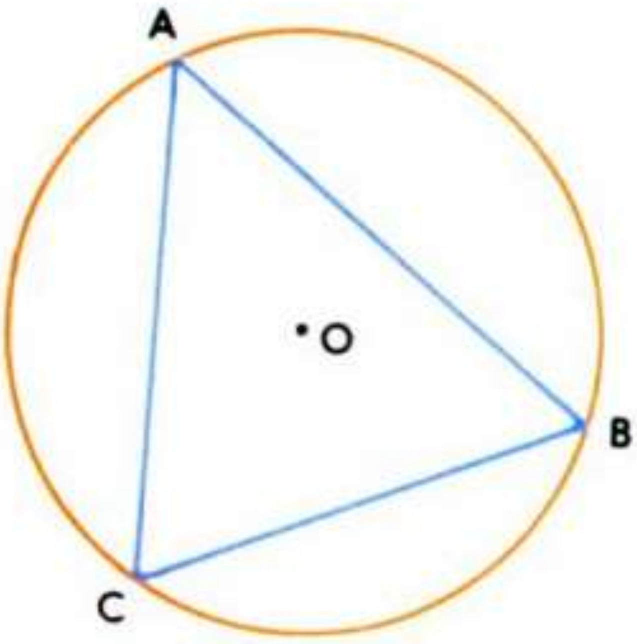
Радиусом называется расстояние от центра до любой точки окружности и отрезок, соединяющий центр с любой точкой окружности.

Точки X, Y, Z лежат на окружности ℓ с центром M. Является ли радиусом этой окружности
1) отрезок MX;
2) расстояние от точки M до точки Y;
3) отрезок XZ?



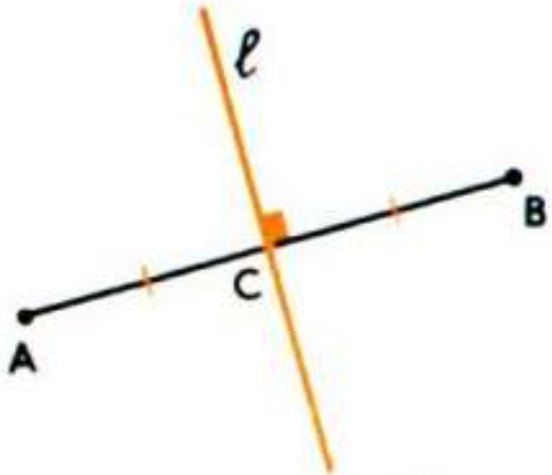
Хордой называется отрезок, соединяющий две точки окружности. *Диаметром* называется хорда, проходящая через центр.

Докажите, что BC—диаметр.
Докажите, что диаметр равен двум радиусам.



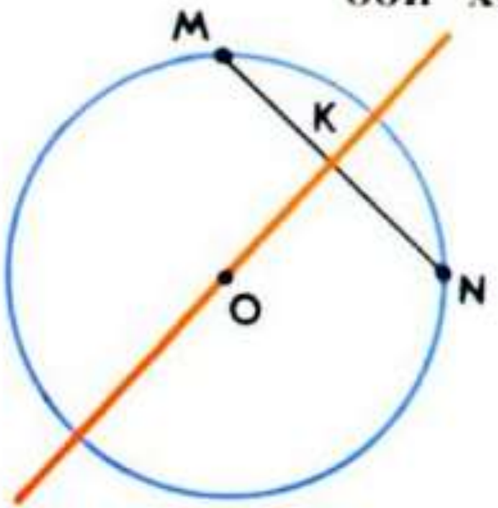
Окружность называется ***описанной около треугольника,*** **если она проходит через все его вершины. В этом случае треугольник называется** ***вписанным*** **в окружность.**

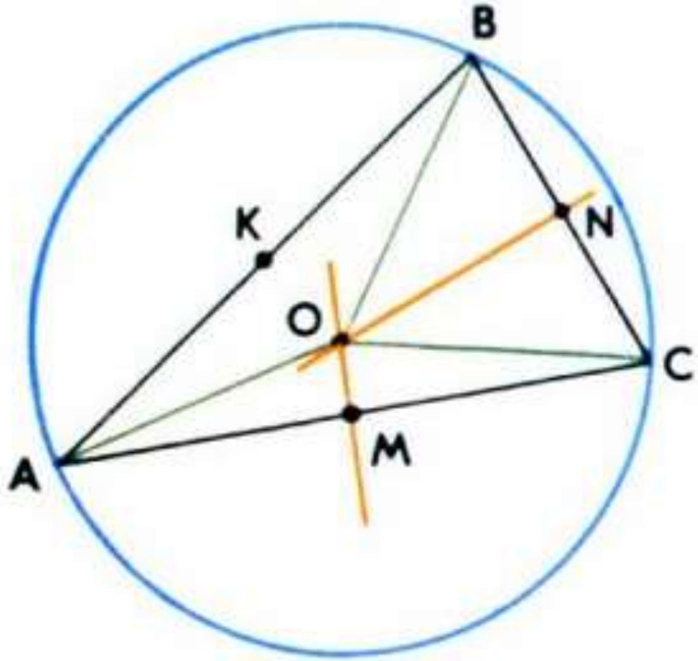
Докажите, что стороны вписанного треугольника являются хордами описанной около него окружности.



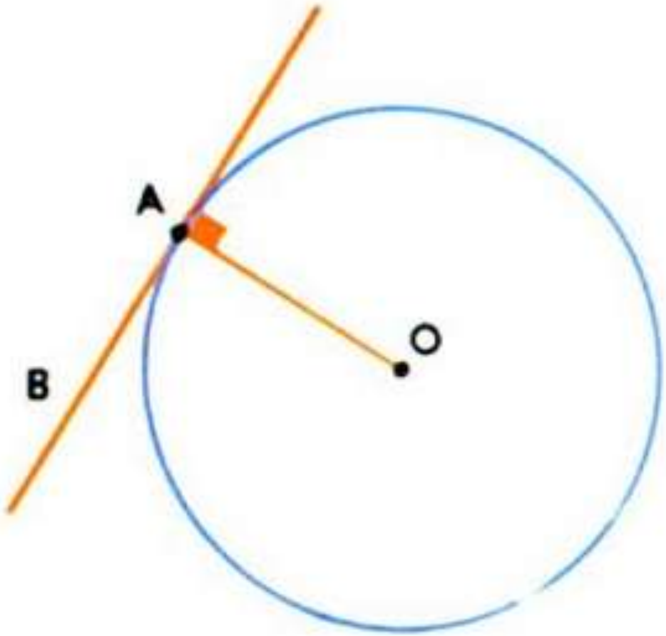
Серединным перпендикуляром к отрезку AB называется прямая, проходящая через середину отрезка AB перпендикулярно к нему.

Докажите, что центр окружности лежит на серединном перпендикуляре к любой хорде этой окружности.

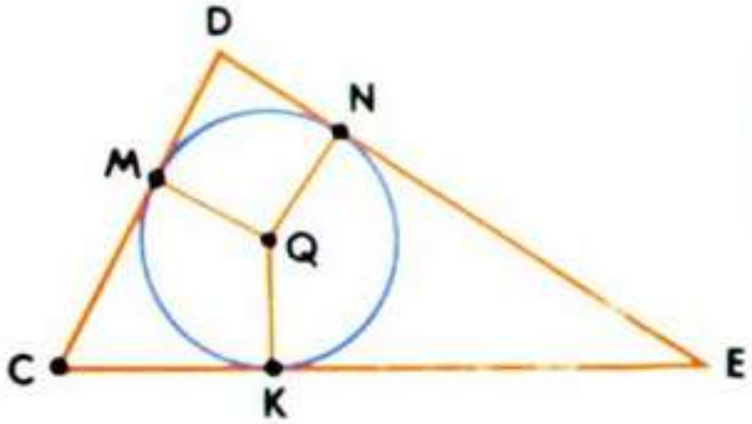




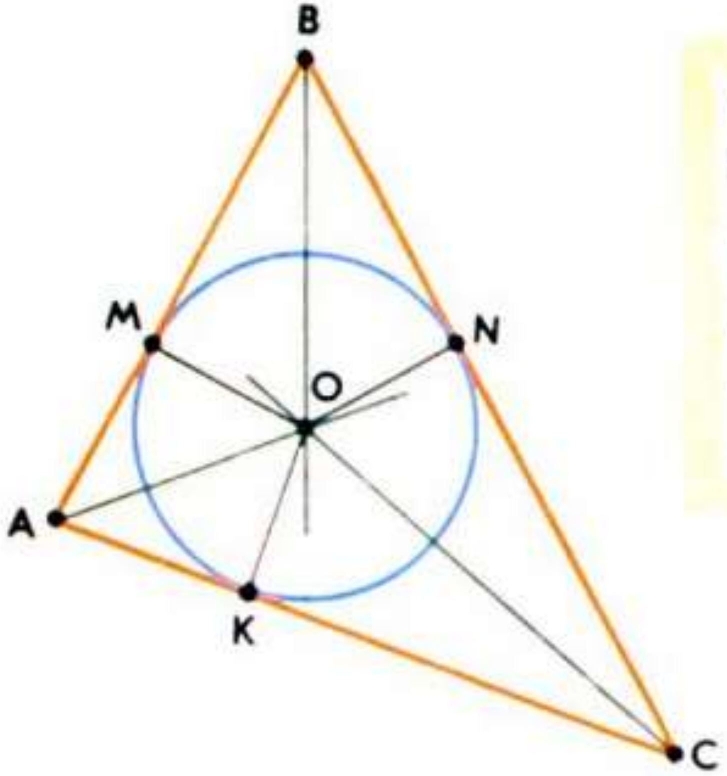
Докажите, что центр окружности, описанной около треугольника, лежит на пересечении серединных перпендикуляров к сторонам этого треугольника.



Касательной называется прямая, проходящая через точку окружности перпендикулярно радиусу, проведенному в эту точку. Общая точка окружности и касательной называется точкой касания.

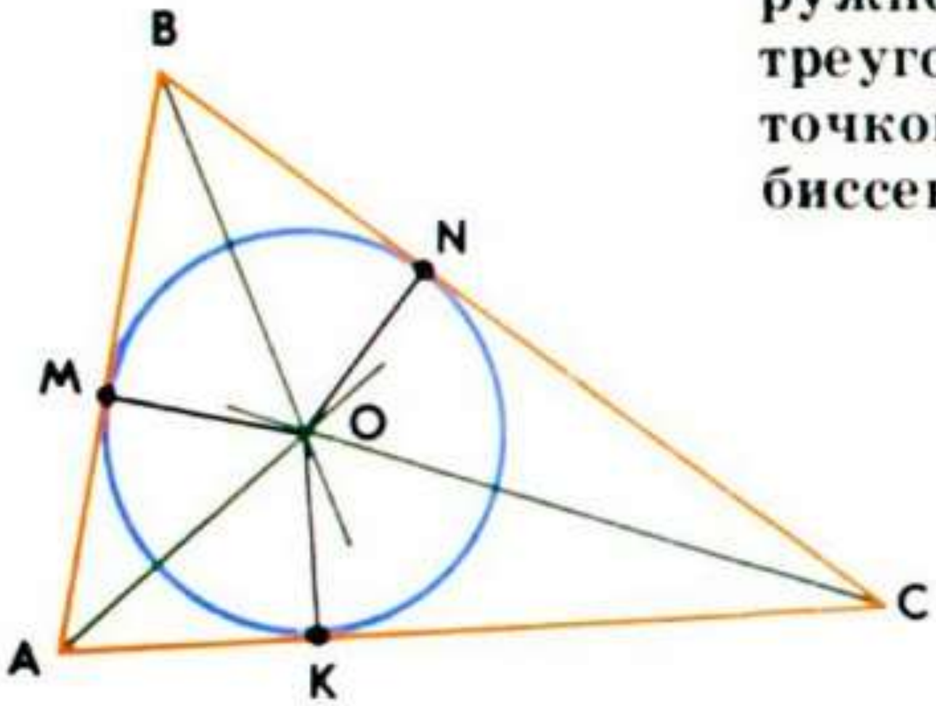


Окружность касается всех сторон треугольника CDE. Какие выводы на основании этого можно сделать?

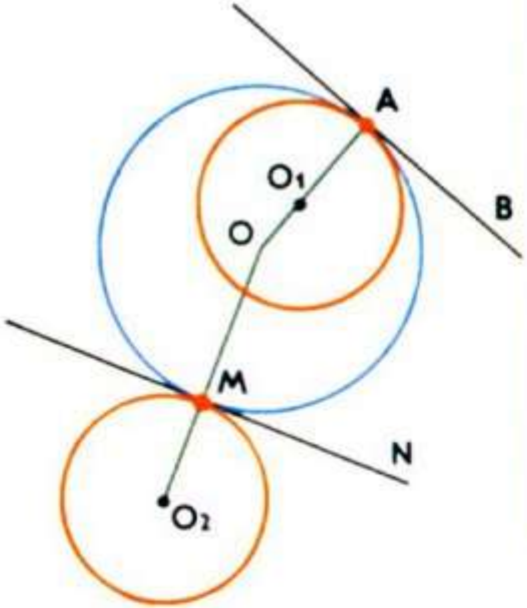


Окружность называется вписанной в треугольник, если она касается всех его сторон. В этом случае треугольник называется описанным около окружности.

Треугольник ABC — описанный около окружности. Какие из треугольников AOM, MOB, BON, NOC, COK, KOA — равные?



Докажите, что центр окружности, вписанный в треугольник, является точкой пересечения его биссектрис.



Две окружности, имеющие общую точку, касаются, если они имеют в этой точке общую касательную.
Если центры касающихся окружностей расположены по разные стороны общей касательной — касание внешнее, если по одну сторону — внутреннее.

Докажите, что если окружности с центром O и O_1 имеют единственную общую точку, то прямая, перпендикулярная OO_1 и проходящая через эту точку, является их общей касательной.

С помощью линейки можно провести прямую.

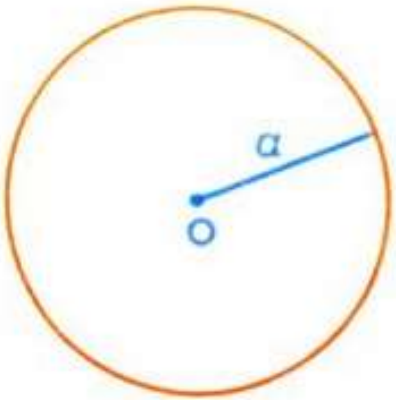
1)

2)

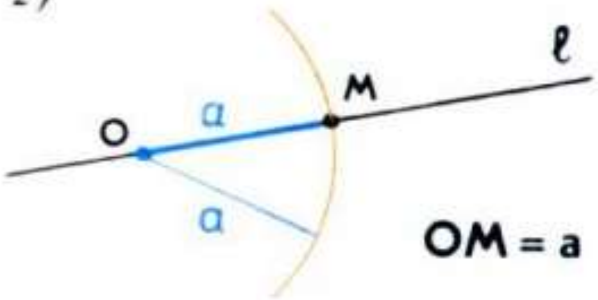
3)

С помощью циркуля можно описать из данного центра окружность данного радиуса.

1)



2)



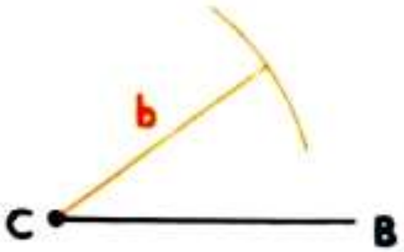
Задача на построение решена, если 1) указан способ построения фигуры; 2) доказано, что построенная фигура имеет требуемые свойства.

Задача. Построить треугольник ABC с данными сторонами a, b, c.

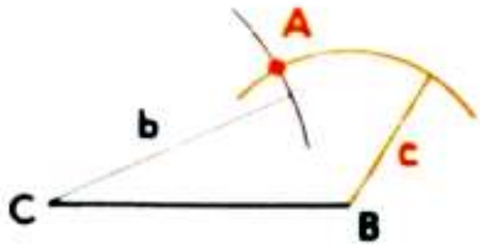
I *Решение.*

II

III

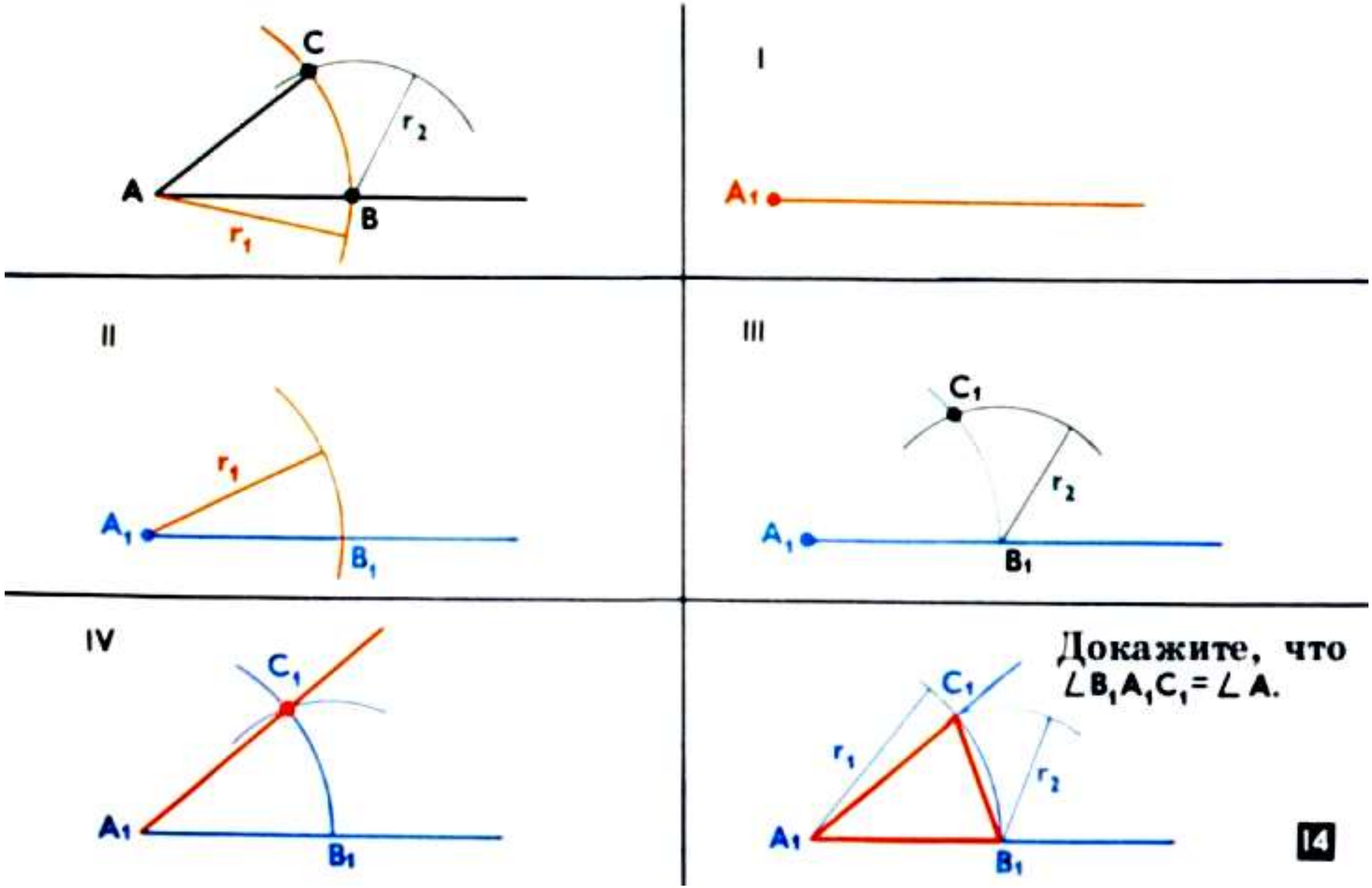


IV



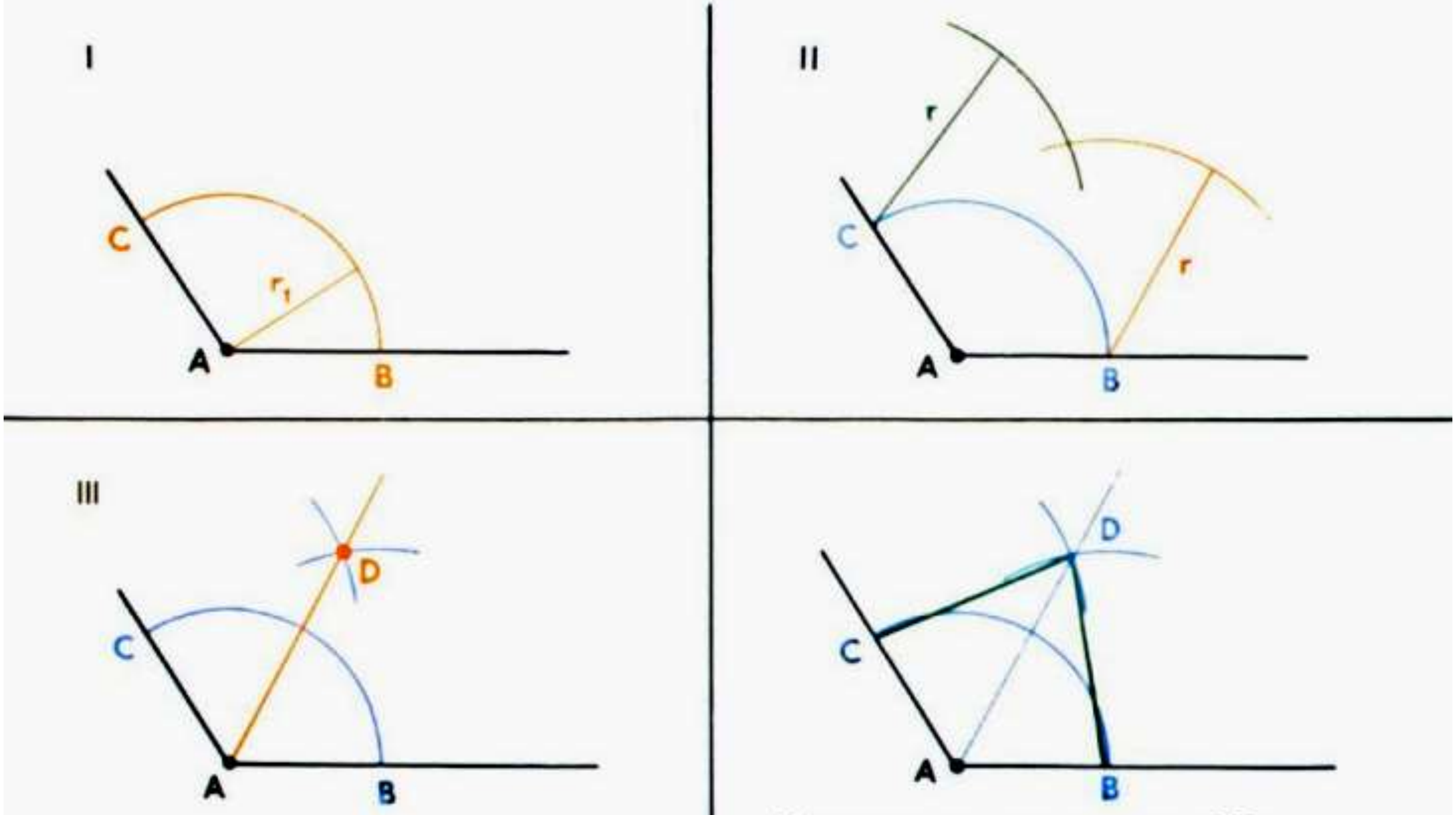
V Соединяем A с точками B и C.

Задача. **Построить угол, равный данному углу А.**



Докажите, что $\angle B_1A_1C_1 = \angle A$.

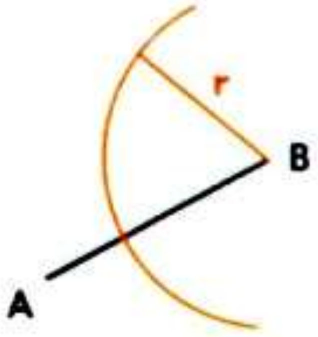
Задача. **Построить биссектрису угла А.**



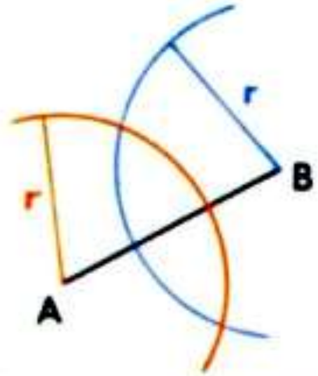
Докажите, что луч AD— биссектриса угла А.

Задача. **Разделить отрезок AB пополам.**

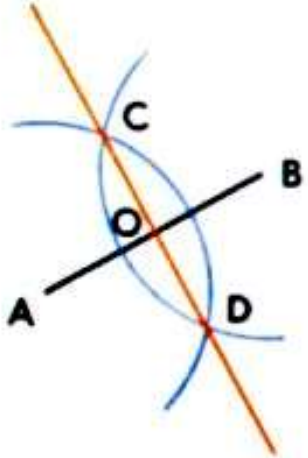
I



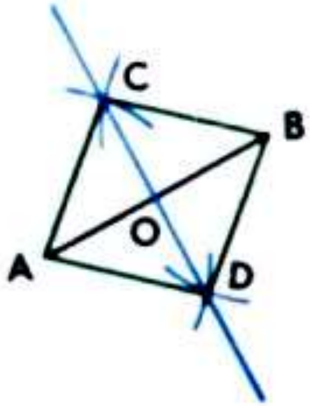
II



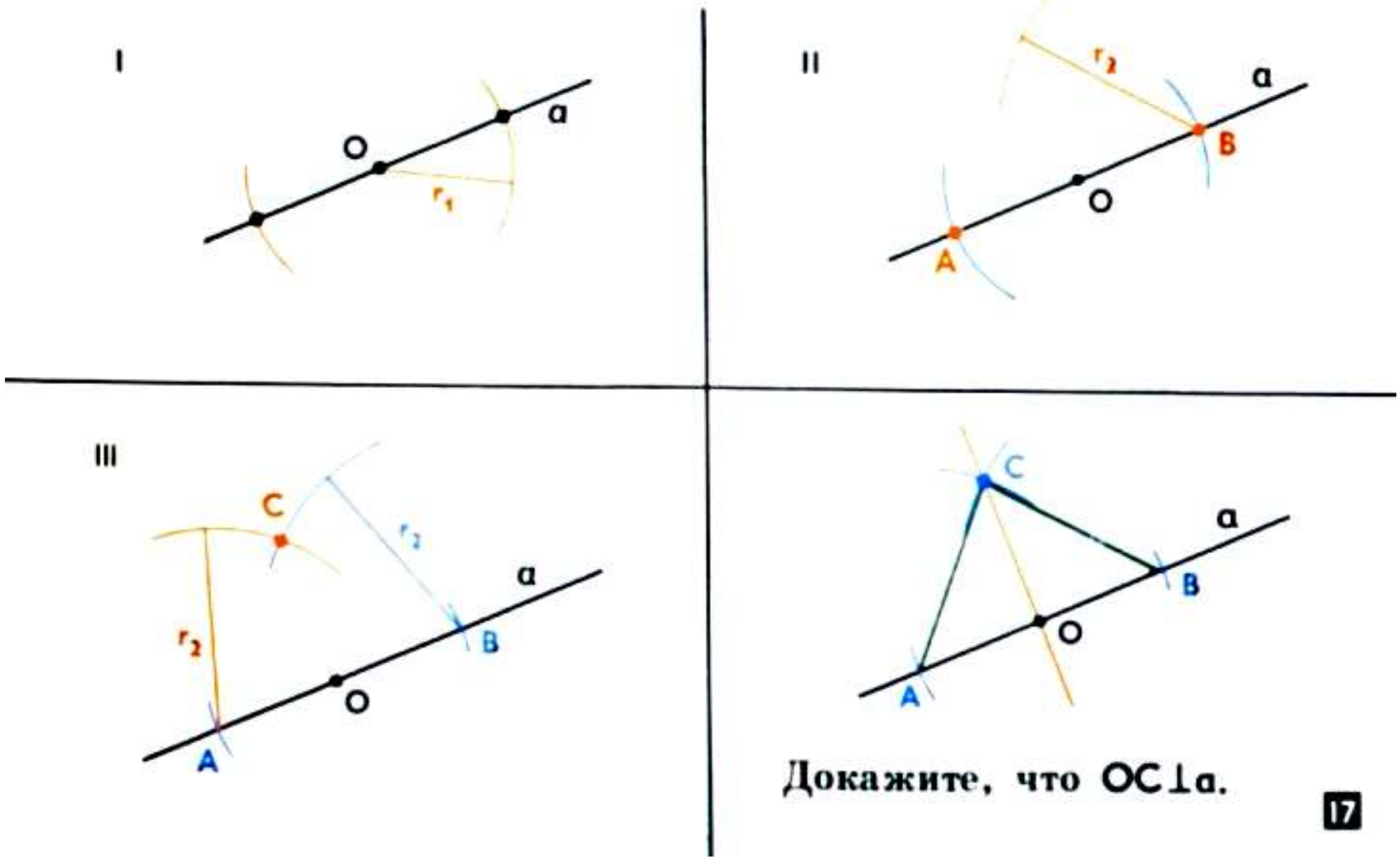
III



Докажите, что O — середина отрезка AB.

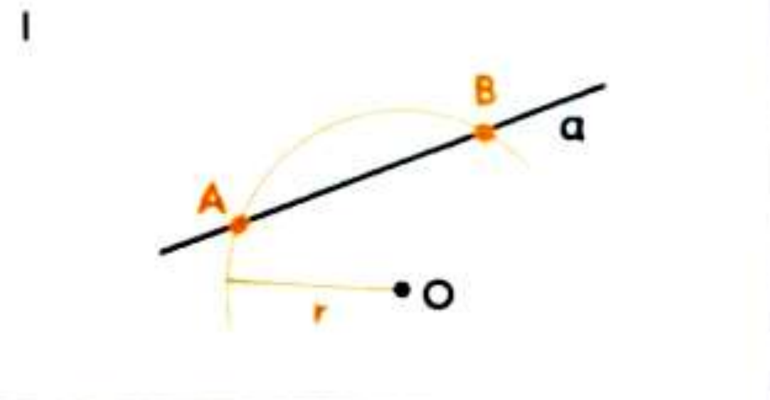


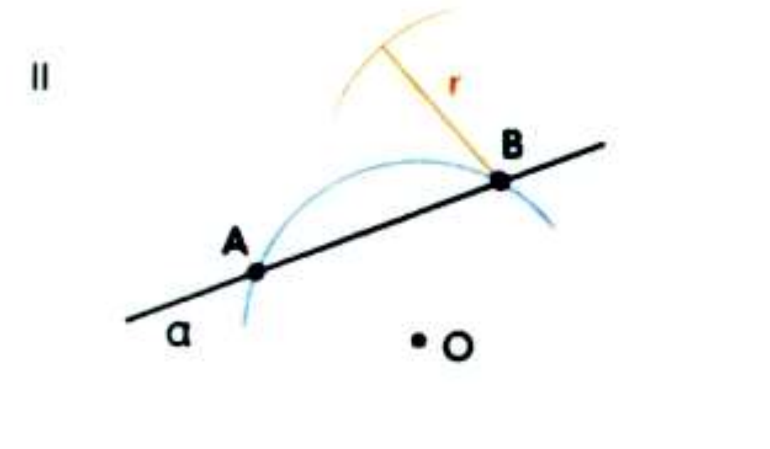
Задача. **Через данную точку O провести прямую, перпендикулярную прямой a. Случай I. $O \in a$.**

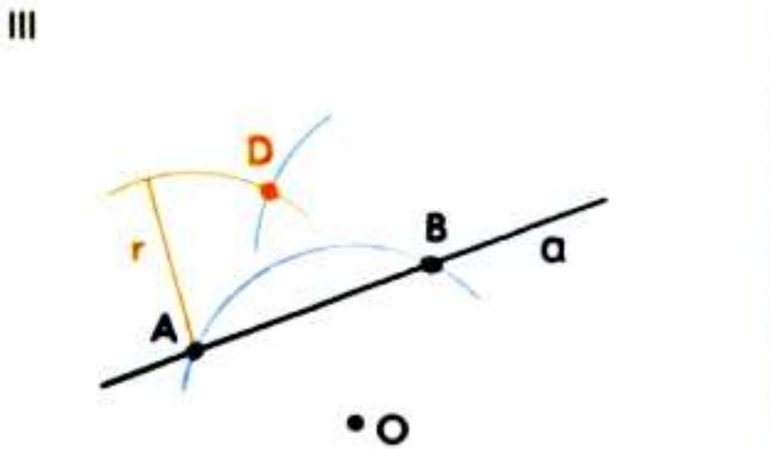


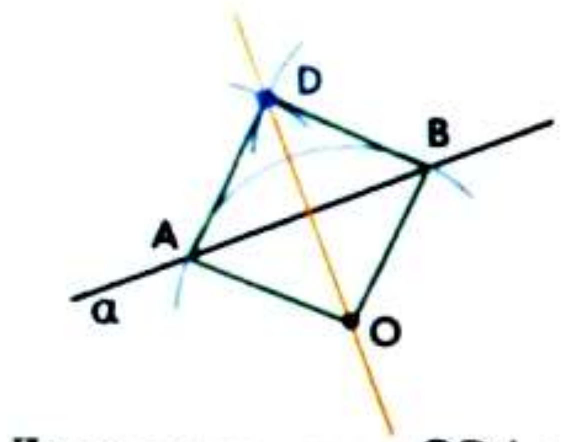
Докажите, что $OC \perp a$.

Задача. **Через данную точку O провести прямую, перпендикулярную прямой a. Случай II.** $O \notin a$.



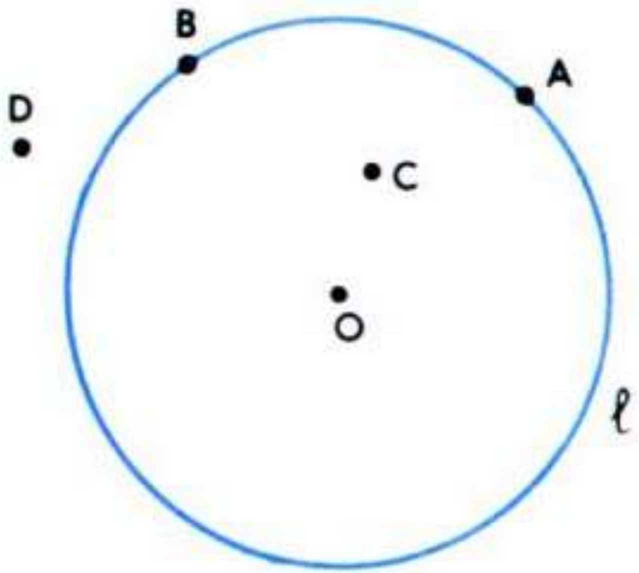






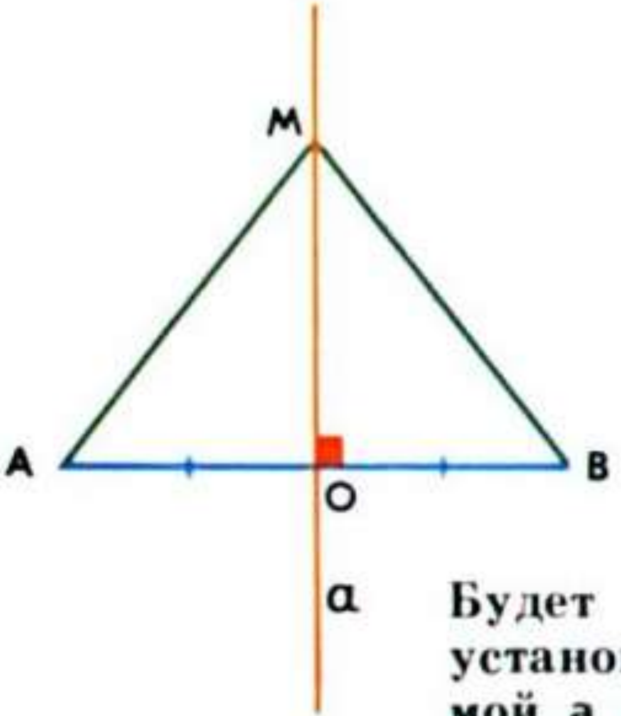
Докажите, что $OD \perp a$.

Геометрическим местом точек называется фигура, которая состоит из всех точек плоскости, обладающих определенным свойством.



Объясните, почему окружность является геометрическим местом точек, равноудаленных от данной точки.

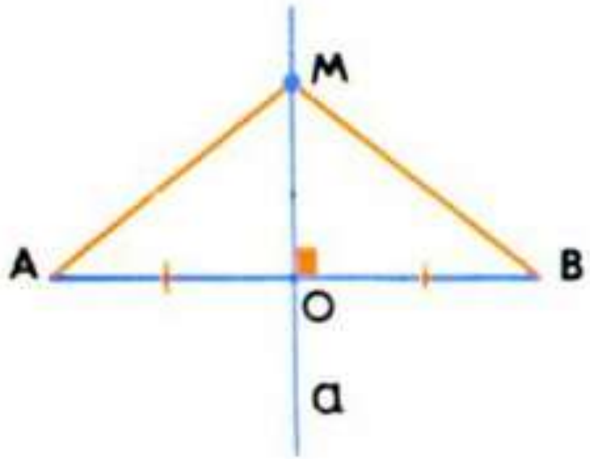
Теорема. **Геометрическое место точек, равноудаленных от двух данных точек, есть прямая, перпендикулярная к отрезку, соединяющему эти точки, и проходящая через его середину.**



Дано: $a \perp AB$; $AO = OB$.
Доказать: a—геометрическое место точек, равноудаленных от A и B.

Будет ли теорема доказана, если установить, что любая точка прямой а равноудалена от A и B?

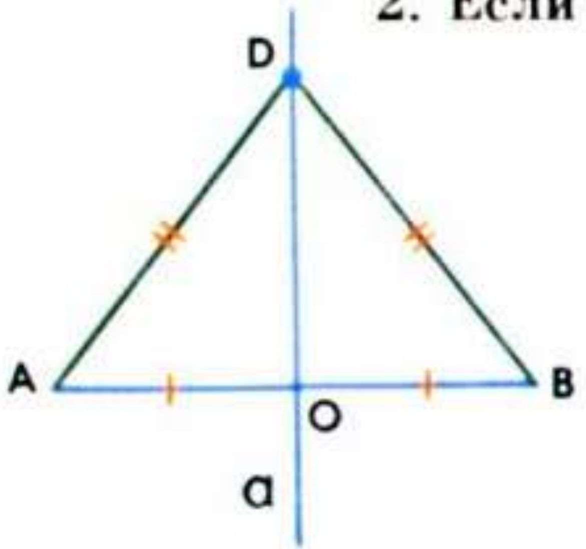
Можно ли кратко записать формулировку теоремы о геометрическом месте точек, равноудаленных от концов отрезка?



Дано: $a \perp AB$; $AO = OB$.

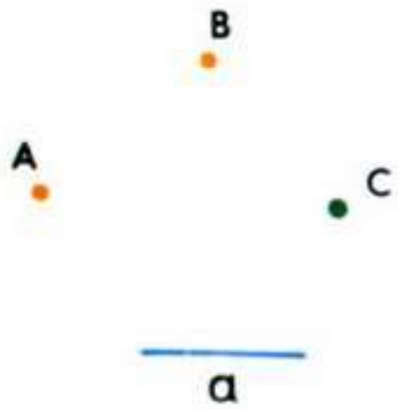
Доказать:

1. Если $M \in a$, то $AM = MB$.
2. Если $AD = DB$, то $D \in a$.



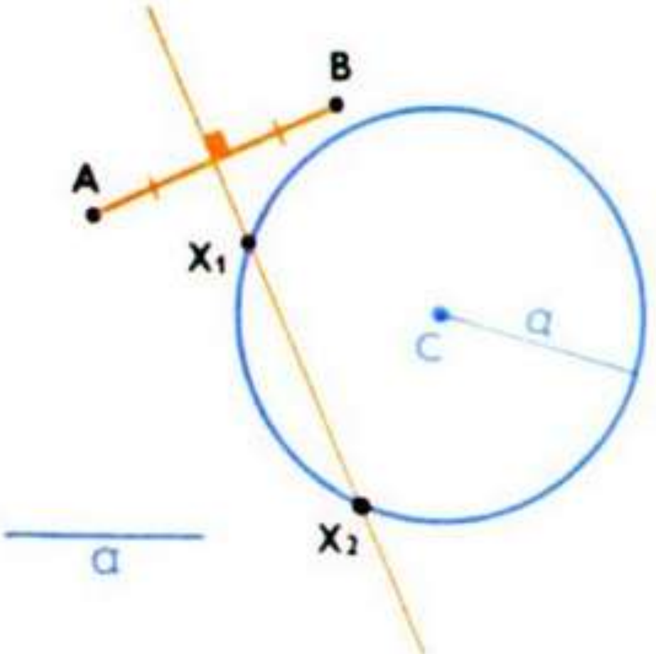
Докажите теорему.

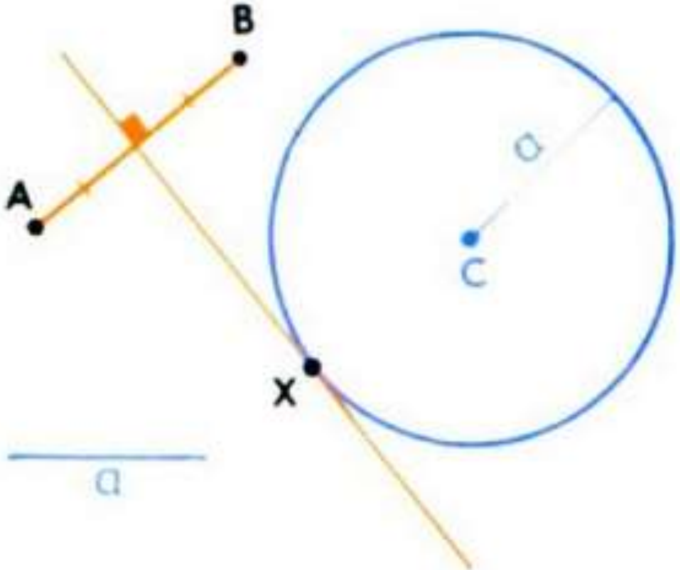
Если геометрическим местом точек, которые удовлетворяют первому условию, является фигура F_1, а второму условию— фигура F_2, то обоим этим условиям удовлетворяют точки пересечения фигур F_1 и F_2.



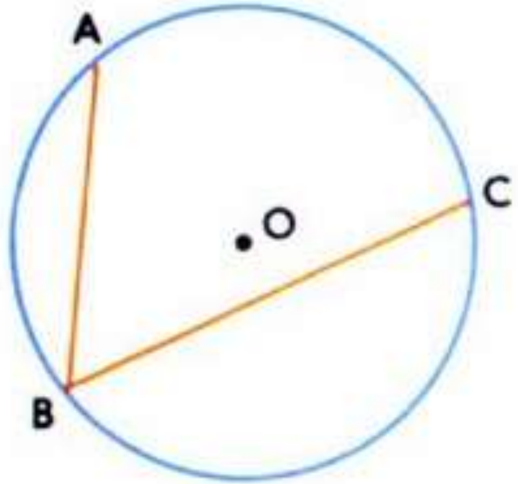
Задача. Даны три точки A, B и C. Как построить точку X, которая одинаково удалена от точек A и B и находится на расстоянии a от точки C?

Решение задачи:

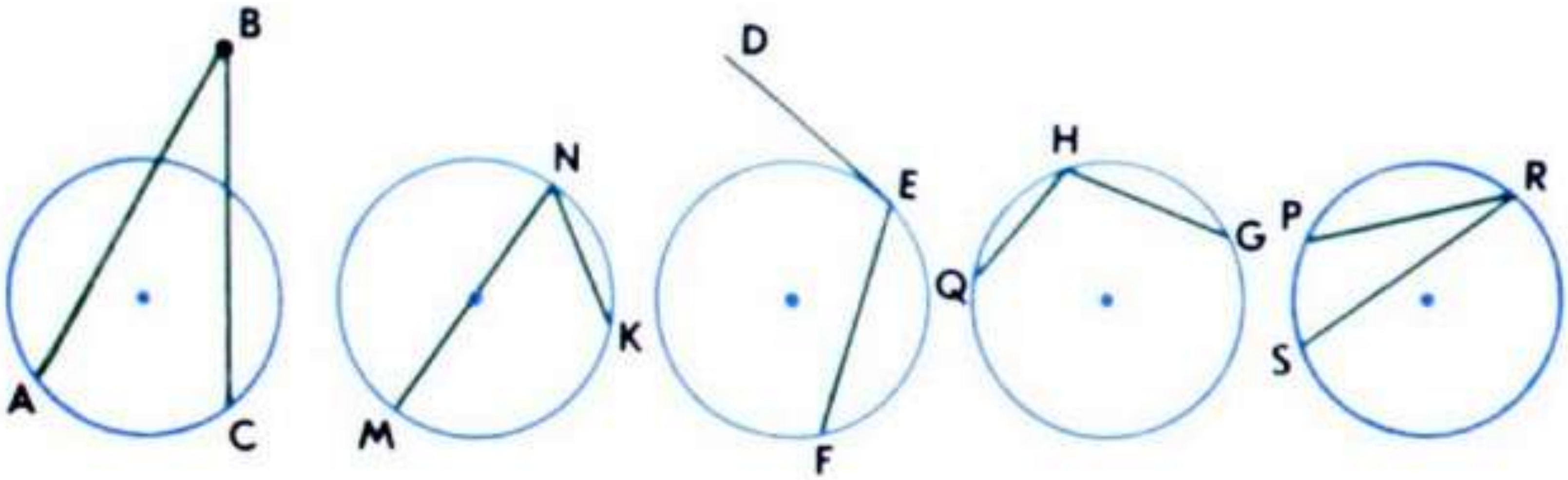




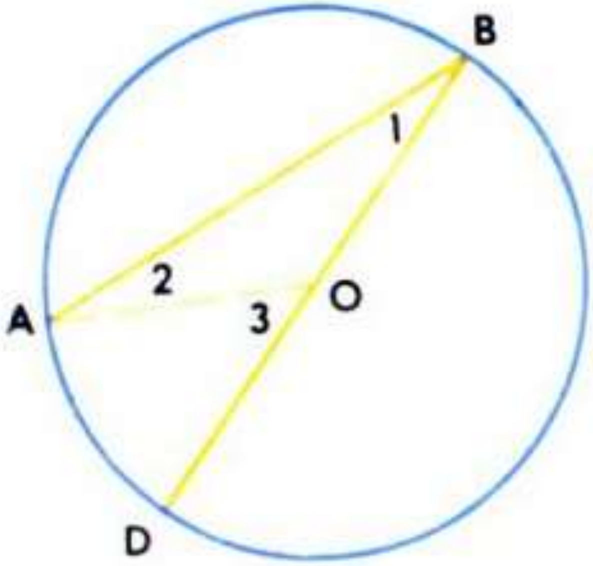
Здесь рассмотрены два случая решения задачи. Какой еще случай не рассмотрен?



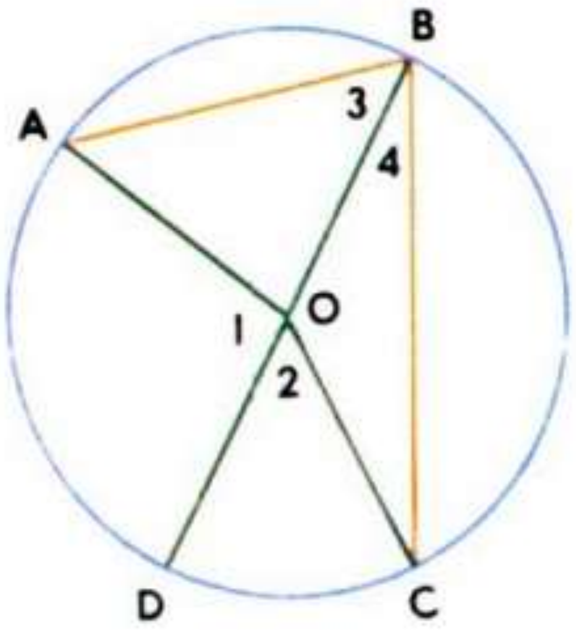
Угол, вершина которого лежит на окружности, а стороны пересекают эту окружность, называется вписанным в окружность.



Какие из углов являются вписанными в окружность?

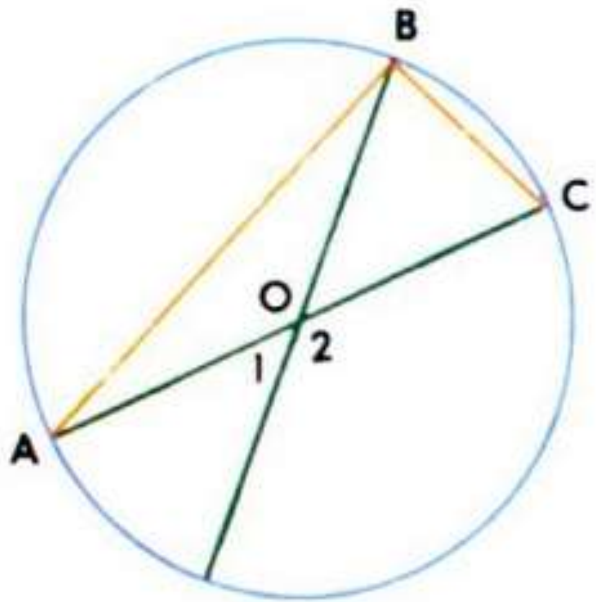


Угол ABD—вписанный, BD проходит через центр окружности.
1. Какой вывод можно сделать об углах 1 и 2; об угле 3 и сумме величин углов 1 и 2?
2. Докажите, что угол ABD равен половине угла между радиусами, проведенными в точки A и D.



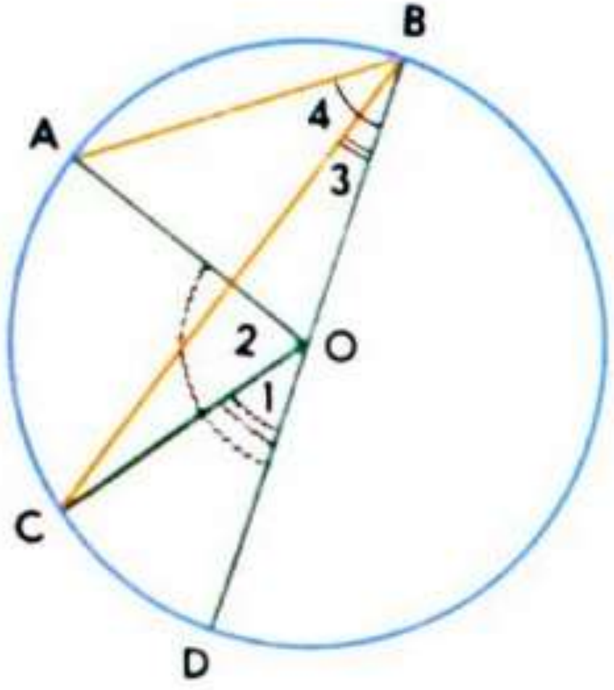
Угол ABC — вписанный. Центр окружности O находится между сторонами угла ABC.

Докажите, что угол ABC равен полусумме углов AOD и DOC.



Угол ABC — вписанный. Хорда AC является диаметром окружности.

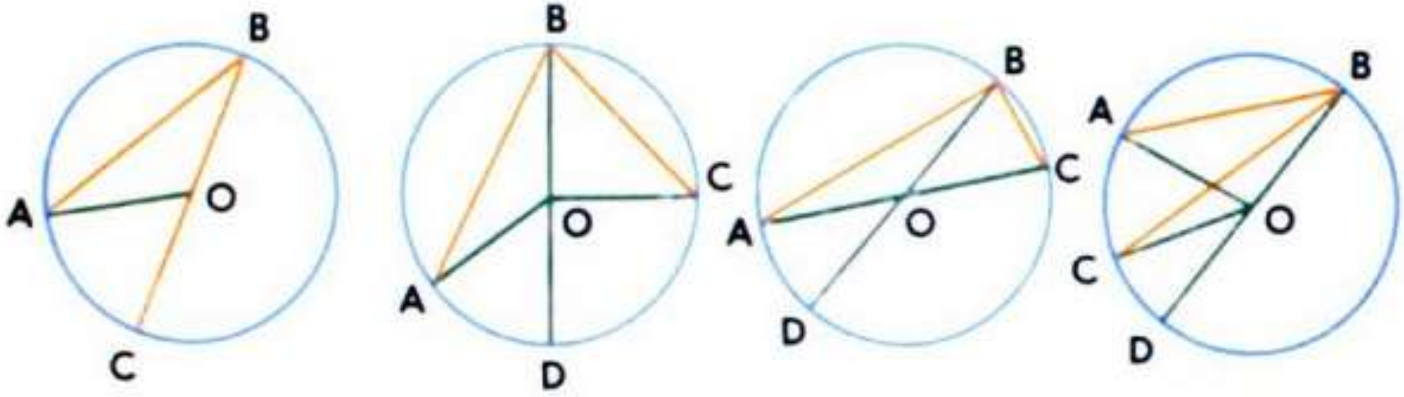
Докажите, что угол ABC — прямой.



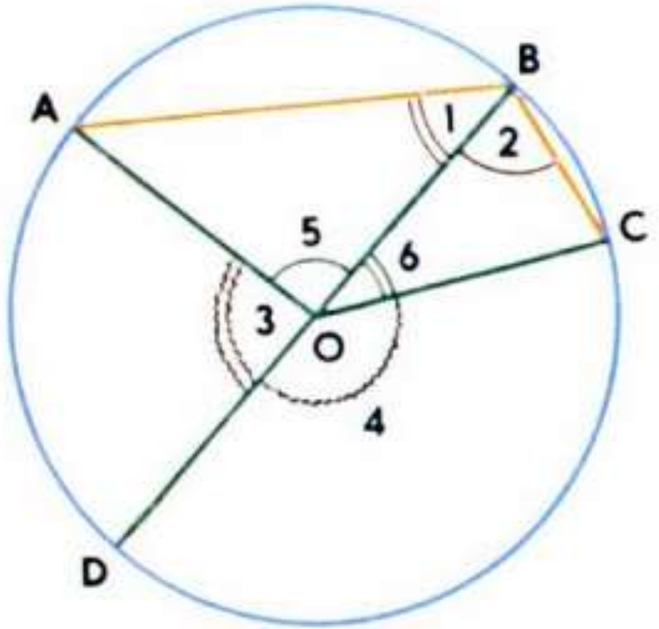
Угол ABC — вписанный. Центр окружности O находится вне угла ABC.

Докажите, что угол ABC равен полуразности углов AOD и COD.

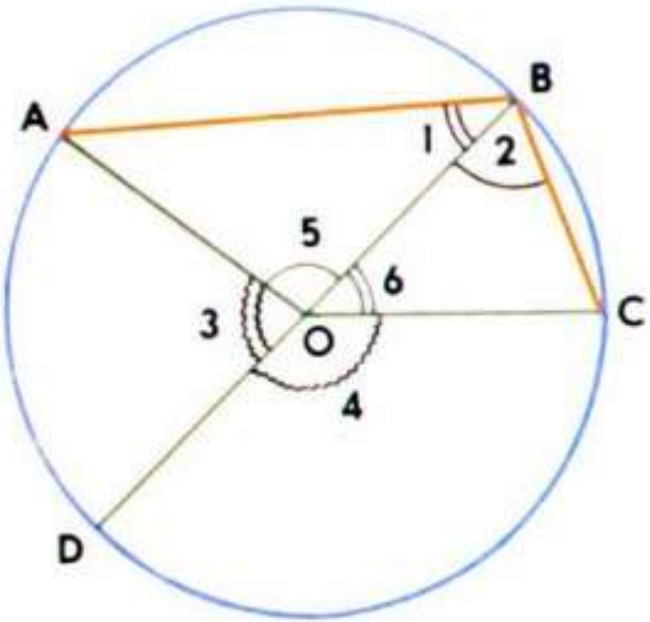
1) *2)* *3)* *4)*



Докажите, что если вершина вписанного угла ABC и центр окружности O лежат по одну сторону от прямой AC или AC — диаметр, то величина вписанного угла равна половине угла AOC.



Вершина вписанного угла ABC и центр окружности O лежат по разные стороны от прямой AC. Чему равен угол ABC, если угол AOC равен α?



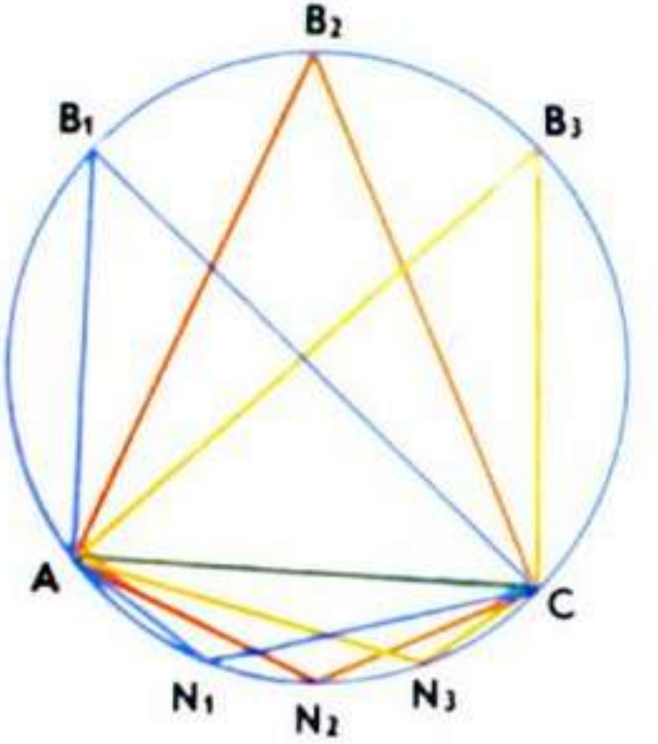
Решение. Мы установили, что

$\angle 1 = \frac{1}{2}\angle 3$; $\angle 2 = \frac{1}{2}\angle 4$; $\angle ABC = \angle 1 + \angle 2 = \frac{1}{2}\angle 3 + \frac{1}{2}\angle 4 = \frac{1}{2}(\angle 3 + \angle 4)$.

$\angle 3 = 180^\circ - \angle 5$; $\angle 4 = 180^\circ - \angle 6$.

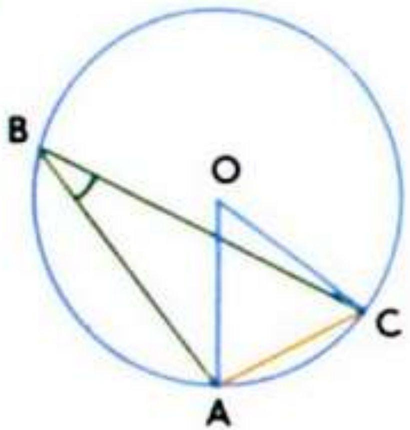
$\angle ABC = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle 5 + 180^\circ - \angle 6)$.

Чему же в рассматриваемом случае равен угол ABC, если угол AOC равен α?

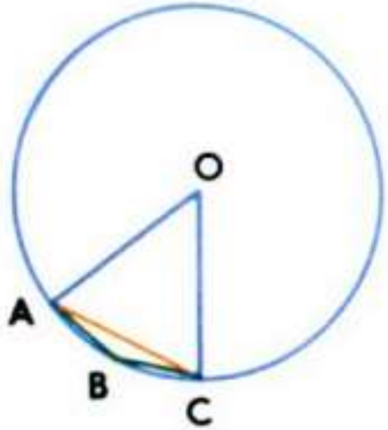


Докажите, что равны все вписанные в окружность углы, стороны которых проходят через две данные точки окружности, а вершины лежат по одну сторону от прямой, соединяющей эти точки.

1)



2)



Точки A, B и C лежат на окружности. Чему равен угол ABC, если хорда AC равна радиусу окружности?

К сведению учителя

Диафильм предназначен для организации изложения теоретического материала, включенного в параграф «Геометрические построения» учебника «Геометрия 6—10» А. В. Погорелова.

Содержание материала разбито на фрагменты. В конце каждого фрагмента стоит знак ▲.

КОНЕЦ

Диафильм создан по программе,
утвержденной Министерством просвещения СССР.

Автор кандидат педагогических наук
М. ВОЛОВИЧ
Художник-оформитель В. ЕРМОЛАЕВА
Редактор И. КРЕМЕНЬ

Д-084-87

103062, Москва, Старосадский пер., 7
Цветной