

ЗАДАЧИ НА РАЗРЕЗАНИЯ. ГОЛОВОЛОМКИ.

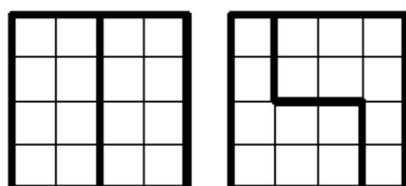


В наши дни любители головоломок увлекаются решением задач на разрезание прежде всего потому, что универсального метода решения таких задач не существует, и каждый, кто берется за их решение, может в полной мере проявить свою смекалку, интуицию и способность к творческому мышлению. Поскольку здесь не требуется глубокое знание геометрии, то любители иногда могут даже превзойти профессионалов-математиков.

Задачи на разрезание помогают как можно раньше формировать геометрические представления у школьников на разнообразном материале. При решении таких задач возникает ощущение красоты, закона и порядка в природе.

1.1. Квадрат содержит 16 клеток. Разделите квадрат на две равные части так, чтобы линия разреза шла по сторонам клеток. (Способы разрезания квадрата на две части будем считать различными, если части квадрата, полученные при одном способе разрезания, не равны частям, полученным при другом способе.) Сколько всего решений имеет задача?

Указание. Найти несколько решений этой задачи не так уж сложно. На рис. 1 некоторые из них показаны



Но найти все решения и ни одно решение не потерять уже труднее.

1.2. Прямоугольник 3×4 содержит 12 клеток. Найдите пять способов разрезания прямоугольника на две равные части так, чтобы линия разреза шла по сторонам клеток (способы разрезания считаются различными, если части, полученные при одном способе разрезания, не равны частям, полученным при другом способе).

1.3. Прямоугольник 3×5 содержит 15 клеточек и центральная клетка удалена. Найдите пять способов разрезания оставшейся фигуры на две равные части так, чтобы линия разреза шла по сторонам клеток.

1.4. Квадрат 6×6 разграфлен на 36 одинаковых квадратов. Найдите пять способов разрезания квадрата на две равные части так, чтобы линия разреза шла по сторонам квадратов.

1.5. Задача 1.4 имеет более 200 решений. Найдите хотя бы 15 из них.

1.6. Можно ли квадрат 5×5 клеток разрезать на две равные части так, чтобы линия разреза шла по сторонам клеток? Ответ обоснуйте.

1.7. Разделите квадрат 4×4 на четыре равные части так, чтобы линия разреза шла по сторонам клеток. Сколько различных способов разрезания вы найдете?

1.8. Разделите фигуру (рис. 5) на три равные части так, чтобы линия разреза шла по сторонам квадратов.

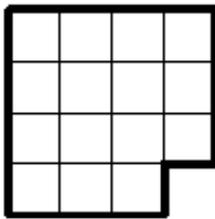


Рис. 5

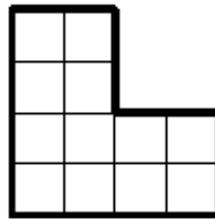


Рис. 6

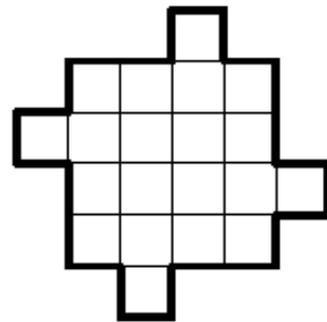


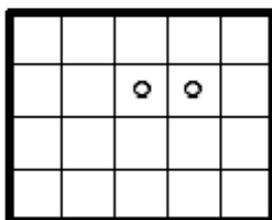
Рис. 7

1.9. Разделите фигуру (рис. 6) на четыре равные части так, чтобы линия разреза шла по сторонам квадратов.

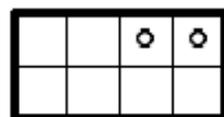
1.10. Разделите фигуру (рис. 7) на четыре равные части так, чтобы линии разрезов шли по сторонам квадратов. Найдите как можно больше решений.

1.11. Разделите квадрат 5×5 клеток с вырезанной центральной клеткой на четыре равные части.

1.12. Разрежьте фигуры, изображенные на рис. 8, на две равные части по линиям сетки, причем в каждой из частей должен быть кружок.

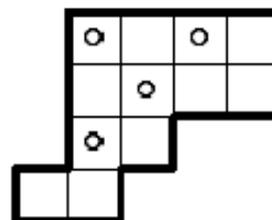


Б)

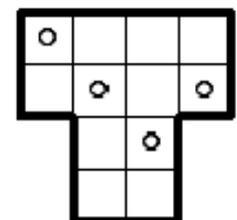


Б)

Рис. 8



Б)



Б)

Рис. 9

1.12. Разрежьте фигуры, изображенные на рис. 8, на две равные части по линиям сетки, причем в каждой из частей должен быть кружок.

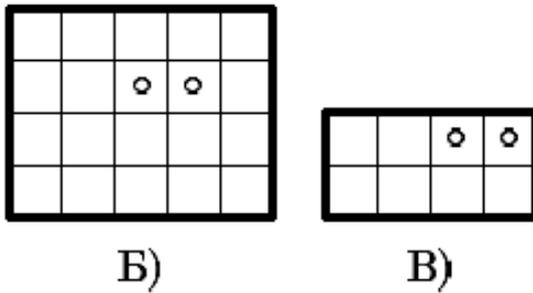


Рис. 8

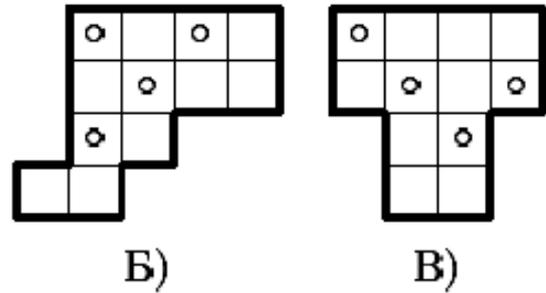


Рис. 9

1.13. Фигуры, изображенные на рис. 9, надо разрезать по линиям сетки на четыре равные части так, чтобы в каждой части был кружок. Как это сделать?

1.14. Разрежьте фигуру, изображенную на рис. 10, по линиям сетки на четыре равные части и сложите из них квадрат так, чтобы кружочки и звездочки расположились симметрично относительно всех осей симметрии квадрата.

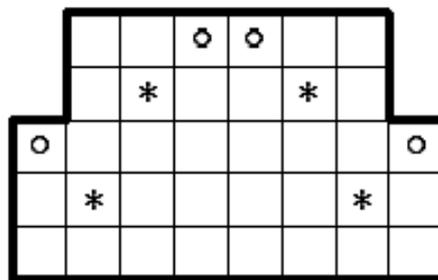


Рис. 10

1.15. Разрежьте данный квадрат (рис. 11) по сторонам клеток так, чтобы все части были одинакового размера и формы и чтобы каждая содержала по одному кружку и звездочке.

1.16. Разрежьте квадрат 6×6 из клетчатой бумаги, изображенный на рис. 12, на четыре одинаковые части так, чтобы каждая из них содержала три закрашенные клетки.

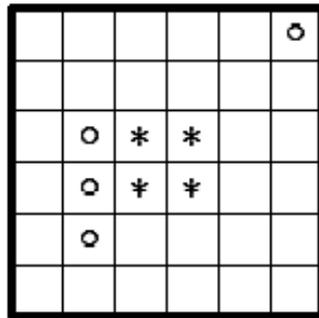


Рис. 11

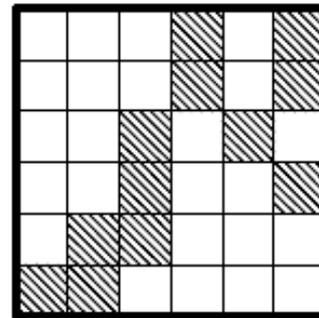


Рис. 12

1.17. Прямоугольник 4×9 клеток разрежьте по сторонам клеток на две равные части так, чтобы из них затем можно было сложить квадрат.

1.18. Можно ли прямоугольник 4×8 клеток разрезать на две части по сторонам клеток так, чтобы из них можно было составить квадрат?

1.19. Из прямоугольника 10×7 клеток вырезали прямоугольник 1×6 клеток, как показано на рис. 13. Разрежьте полученную фигуру на две части так, чтобы из них можно было сложить квадрат.

1.20. Из прямоугольника 8×9 клеток вырезали закрашенные фигуры, как показано на рис. 14. Разрежьте полученную фигуру на две равные части так, чтобы из них можно было сложить прямоугольник 6×10 .

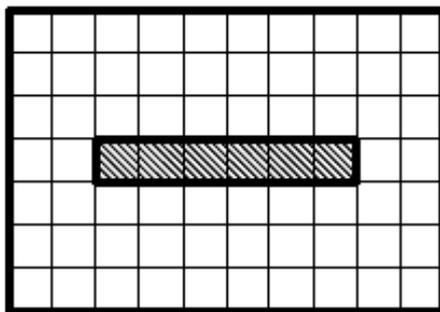


Рис. 13

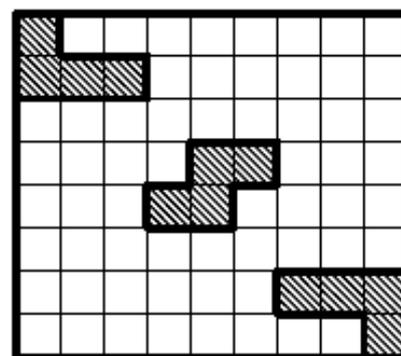


Рис. 14

1.21. На клетчатой бумаге нарисован квадрат размером 5×5 клеток. Покажите, как разрезать его по сторонам клеток на 7 различных прямоугольников.

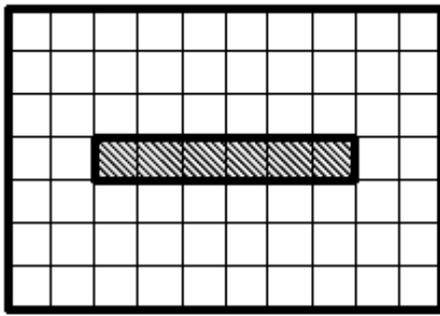


Рис. 13

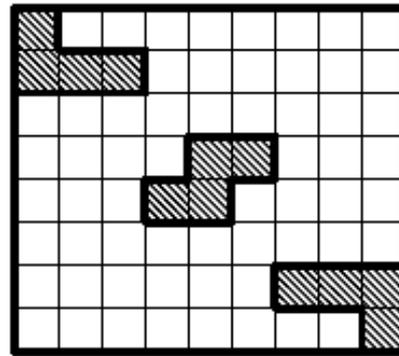


Рис. 14

1.21. На клетчатой бумаге нарисован квадрат размером 5×5 клеток. Покажите, как разрезать его по сторонам клеток на 7 различных прямоугольников.

1.22. Разрежьте квадрат 13×13 на 5 прямоугольников по сторонам клеток так, чтобы все десять чисел, выражающих длины сторон прямоугольников, были различными целыми числами.

1.23. Разделите фигуры, изображенные на рис. 15, на две равные части. (Разрезать можно не только по линиям клеток, но и по их диагоналям.)

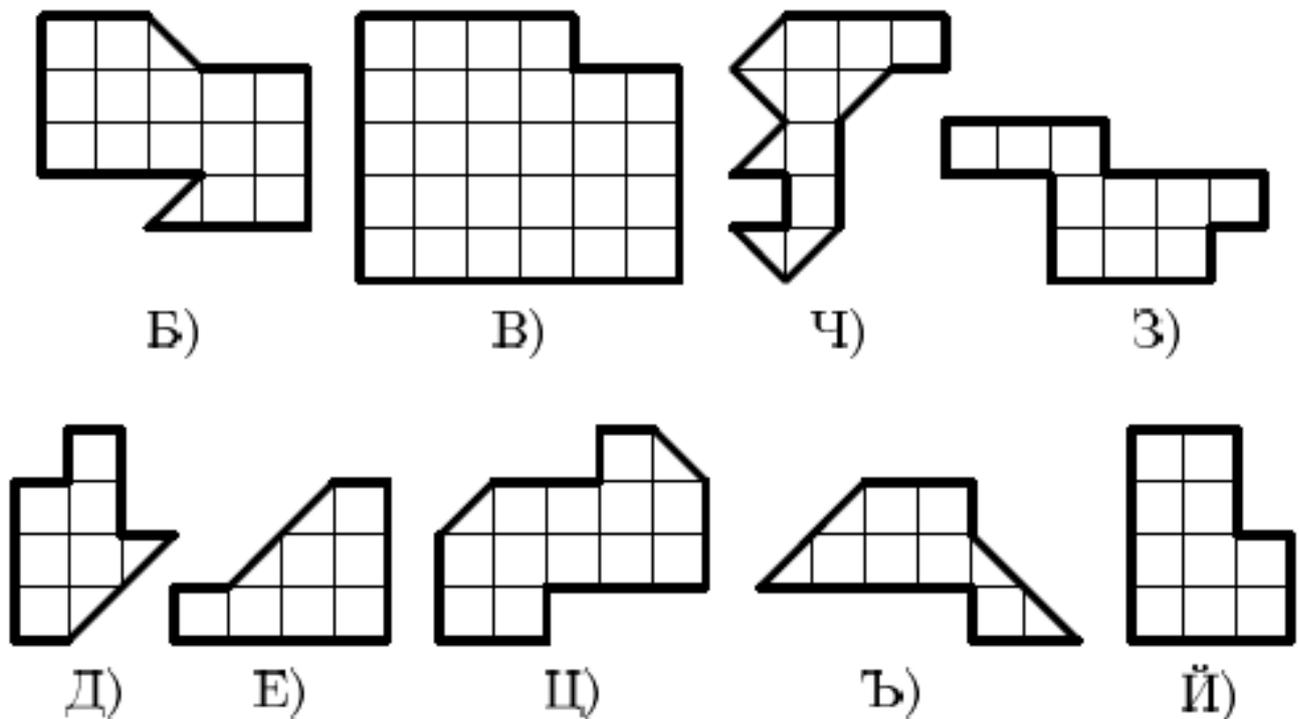


Рис. 15

1.24. Разрежьте фигуры, изображенные на рис. 16, на четыре равные части.

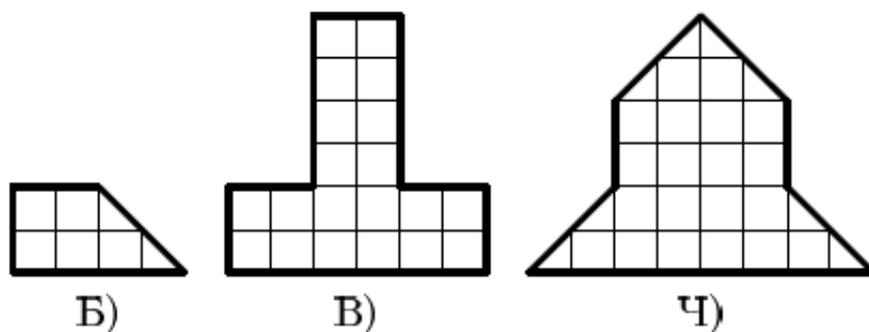


Рис. 16

Говоря о задачах на разрезание, нельзя не упомянуть о древней китайской головоломке «Танграм», возникшей в Китае 4 тыс. лет назад. В Китае ее называют «чи тао ту», то есть умственная головоломка из семи частей.

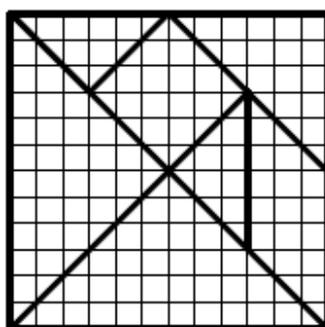


Рис. 40

5.1. Изготовьте головоломку сами: переведите на плотную бумагу квадрат, разделенный на семь частей (рис. 40), и разрежьте его.

5.2. Используя все семь частей головоломки, составьте фигурки, изображенные на рис. 41.

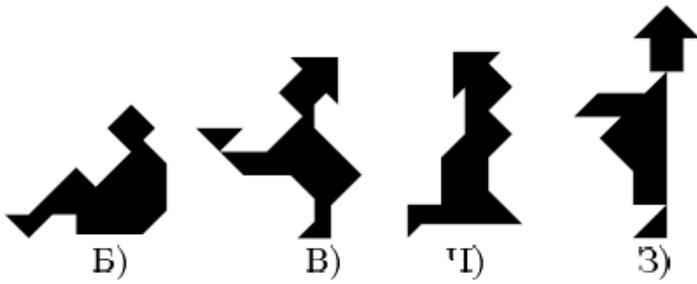
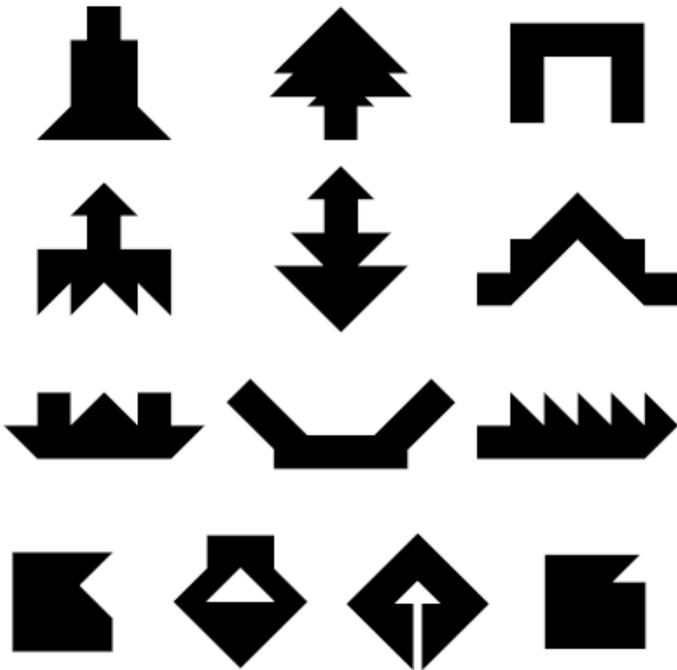


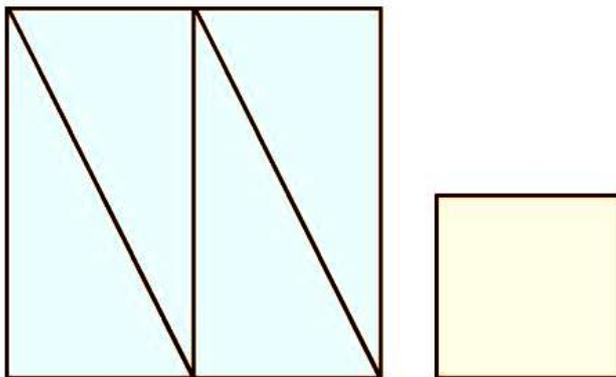
Рис. 41



ЗАДАНИЯ РАЗНЫЕ

1. Разрежьте квадрат на три части, из которых можно сложить треугольник с тремя острыми углами и тремя различными сторонами.

2.

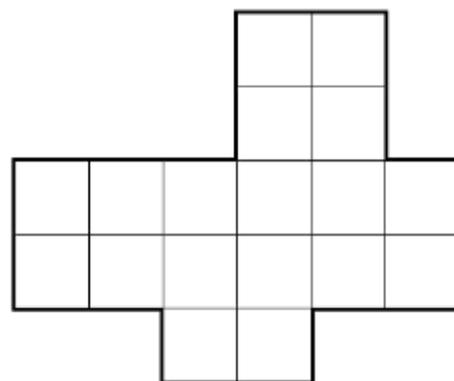


Перед вами два квадрата, один из которых уже разделен на четыре одинаковых треугольника. Как при помощи этих треугольников и маленького квадрата сложить один большой квадрат? Ничего больше разрезать не требуется.

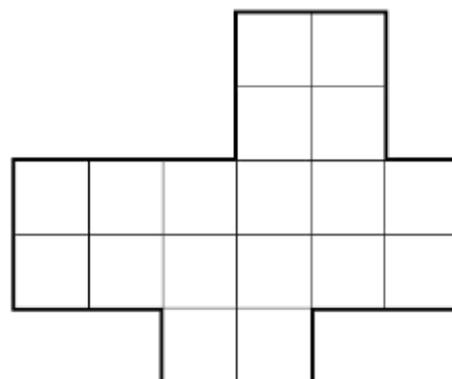
3. У одной из сестер милосердия, было пять кусков красной материи, из которых она, используя все эти куски и не разрезая их более, сшила крест. Как она это сделала?



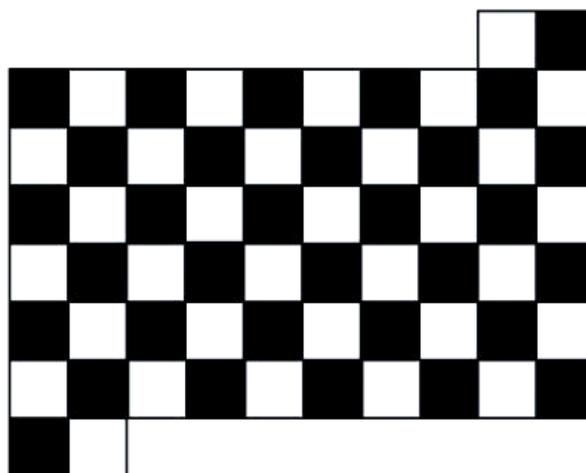
4. Разрезать данную фигуру по границам клеток на две равные части.



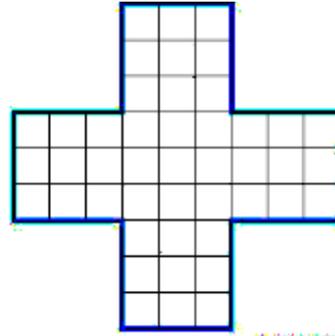
5. Разрезать данную фигуру по границам клеток на три равные части.



6. Разделите фигуру на две одинаковые части, и из полученных частей сложите шахматную доску.



7. Каким образом необходимо разрезать данный крест, чтобы из полученных кусков можно было собрать квадрат с пустотой внутри него в виде такого же по форме и размерам креста.

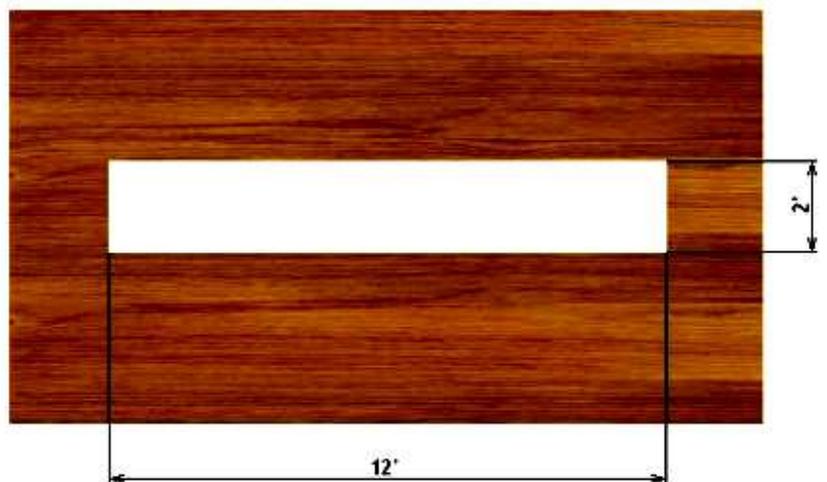
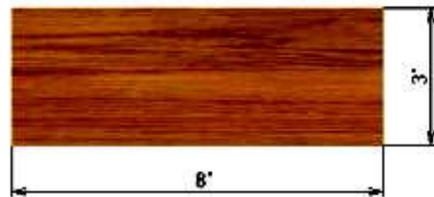


8.

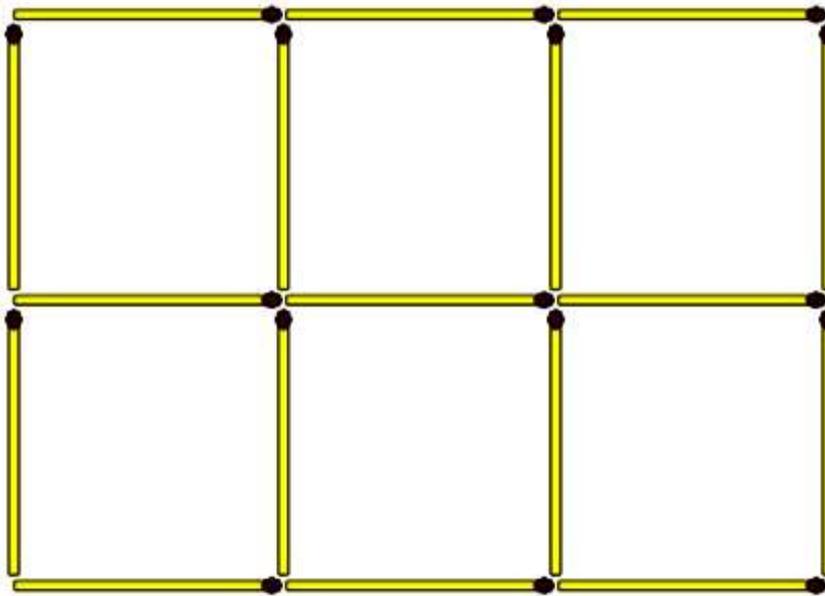
							
							
							

Разделите земельные участки поровну между дачниками. Каждая клетка (пустая или с находящимся в ней дачником) представляет собой одну сотку земли. Разделять участки необходимо по границам клеток, причем внутри каждого полученного участка должен находиться дачник.

9. Одному плотника предстояла задача заделать прямоугольную дыру в деревянном полу. Дыра была 12 футов в длину и 2 фута в ширину. У плотника в наличии был только один лист деревянной плиты размером 8 на 3 фута. Будучи искусным и находчивым плотником, он сумел распилить этот лист плиты на две части и заделать дыру. Как ему это удалось?



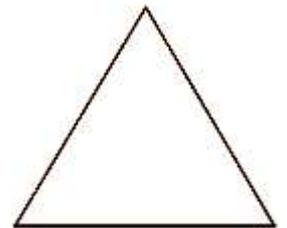
10. Уберите шесть спичек так, чтобы остались только два квадрата.



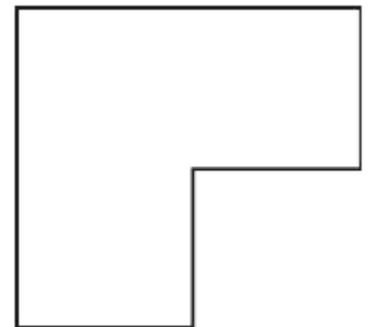
11.

Разделите, представленный на рисунке равносторонний треугольник следующим образом:

1. Тремя линиями на четыре равные части.
2. Тремя линиями на шесть равных частей.
3. Тремя линиями на три равные части.
4. Одной линией на четыре произвольные части.



12. Разрежьте фигуру на четыре равные части.



ОТВЕТЫ И РЕШЕНИЯ

Заметим, что ломаная, делящая квадрат на две равные части, симметрична относительно центра квадрата. Это наблюдение позволяет шаг за шагом рисовать ломаную с двух концов. Например, если начало ломаной в точке A , то конец ее будет в точке B (рис. 2). Убедитесь, что для данной задачи начало и конец ломаной можно нарисовать двумя способами, показанными на рис. 2.

При построении ломаной, чтобы не потерять какое-либо решение, можно придерживаться такого правила. Если следующее звено ломаной можно нарисовать двумя способами, то сначала нужно заготовить второй такой же рисунок и выполнить этот шаг на одном рисунке первым, а на другом вторым способом (на рис. 3 показаны два продолжения рис. 2 (а)). Аналогично нужно поступать, когда способов не два, а три (на рис. 4 показаны три продолжения рис. 2 (б)). Указанный порядок действий помогает найти все решения.

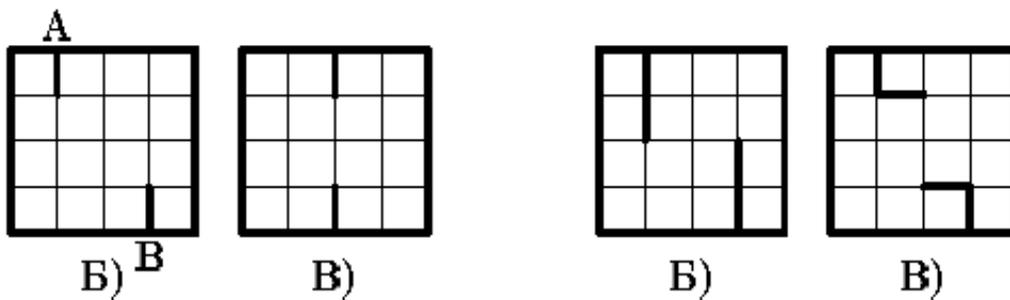
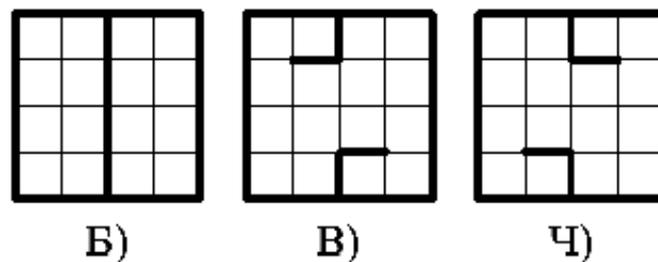


Рис. 2

Рис. 3



Б)

В)

Ч)

1.1. *Ответ.* См. рис. 80. Задача имеет 6 решений, если не различать лицевую и изнаночную стороны.

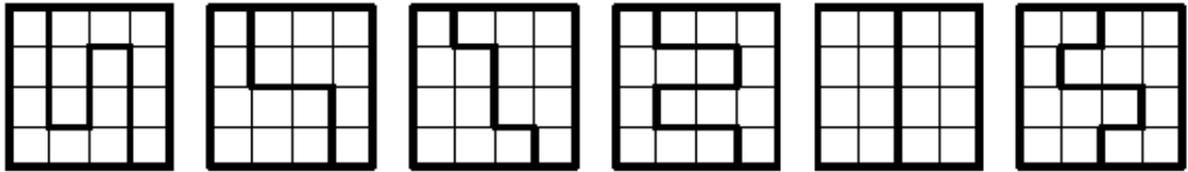


Рис. 80

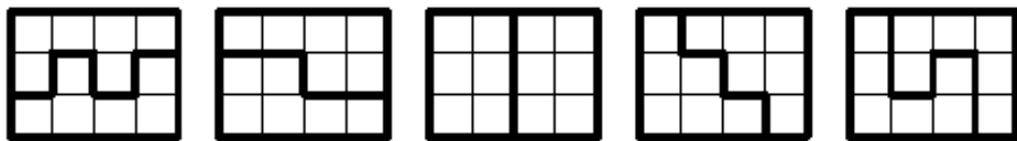


Рис. 81

1.2. *Ответ.* См. рис. 81.

1.3. *Ответ.* См. рис. 82. Дополнительный вопрос: есть ли у этой задачи другие решения?

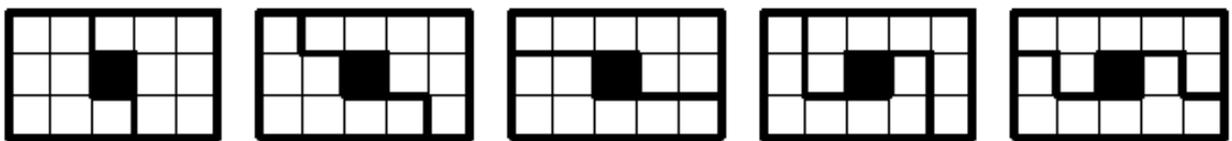


Рис. 82

1.4. *Ответ.* См. рис. 83.

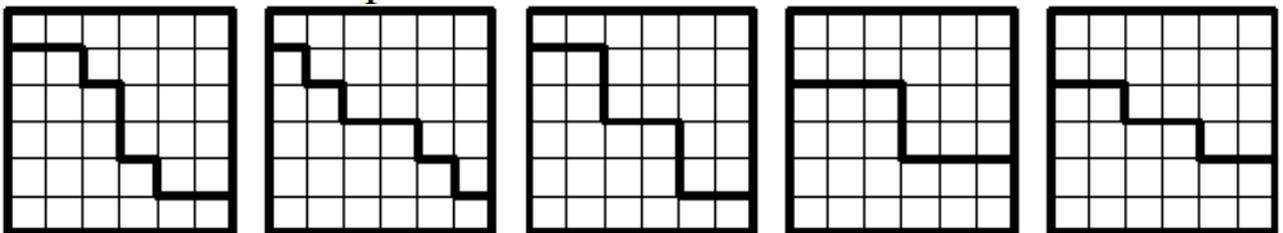


Рис. 83

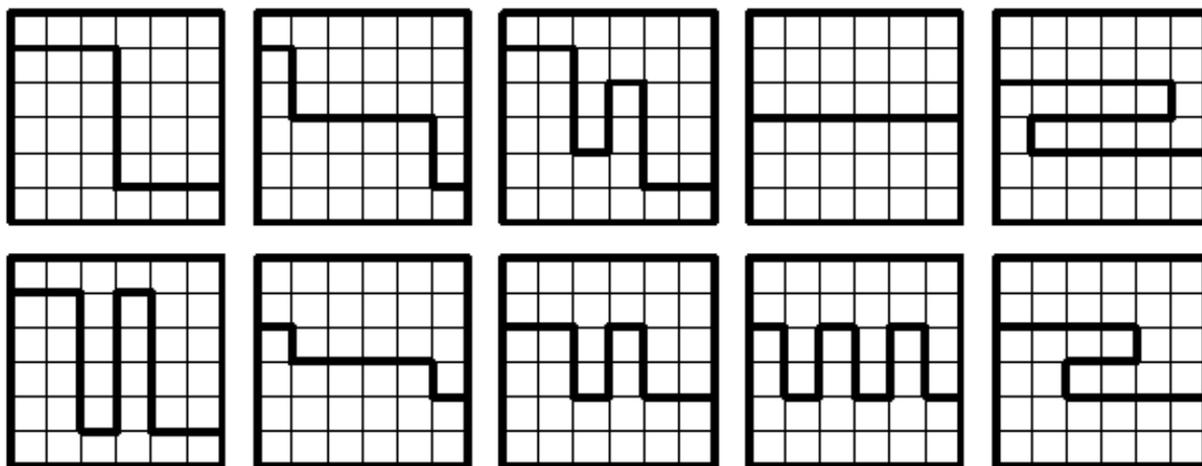


Рис. 84

1.5. *Ответ.* Еще 10 решений см. на рис. 84.

1.6. *Решение.* Нельзя, так как квадрат состоит из 25 клеток. Его нужно разрезать на две равные части. Поэтому в каждой части должно быть по 12,5 клеток, а значит, линия разреза будет проходить не по сторонам клеток.

1.7. *Ответ.* Пять способов (рис. 85), причем третий и четвертый способы разрезания различны, но части, на которые разрезается квадрат, одинаковые.

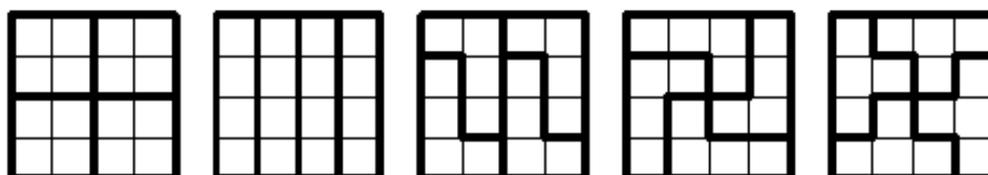


Рис. 85

1.8. *Ответ.* См. рис. 86.

1.9. *Ответ.* См. рис. 87.

1.10. *Решение.* Заметим, что данная фигура имеет центр симметрии. После этого замечания фигуру поделить легко. Также нужно учесть, что каждая часть будет содержать по 5 клеток. *Ответ.* См. на рис. 88.

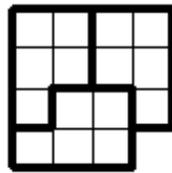


Рис. 86

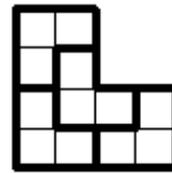


Рис. 87

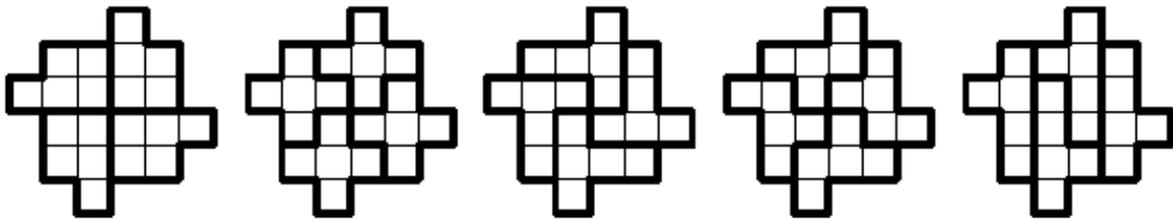


Рис. 88

1.11. *Ответ.* Семь способов см. на рис. 89.

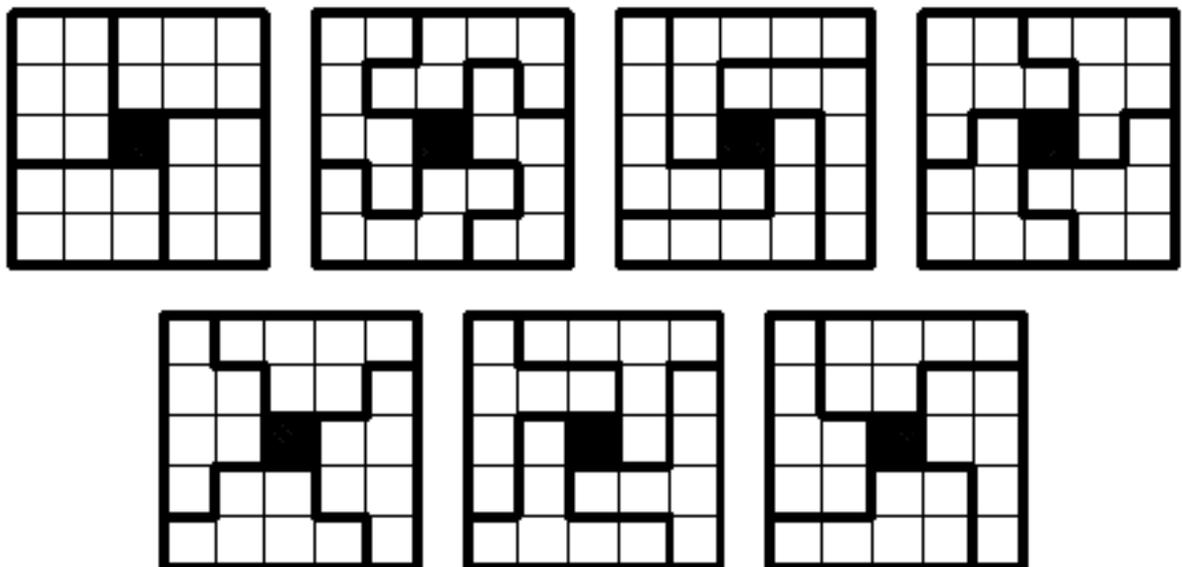


Рис. 89

1.12. *Ответ.* См. рис. 90 (а, б).

1.13. *Ответ.* См. рис. 91.

1.14. *Ответ.* Как разрезать фигуру, смотрите на рис. 92 (а), а как из полученных частей сложить квадрат — на рис. 92 (б).

1.15. *Ответ.* См. рис. 93.

1.16. *Ответ.* См. рис. 94.

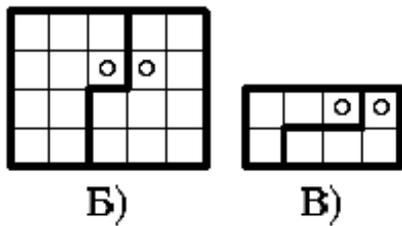


Рис. 90

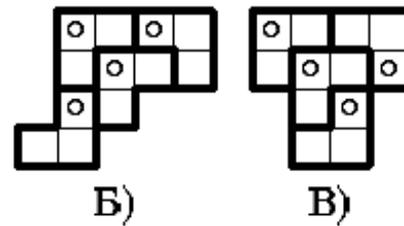


Рис. 91

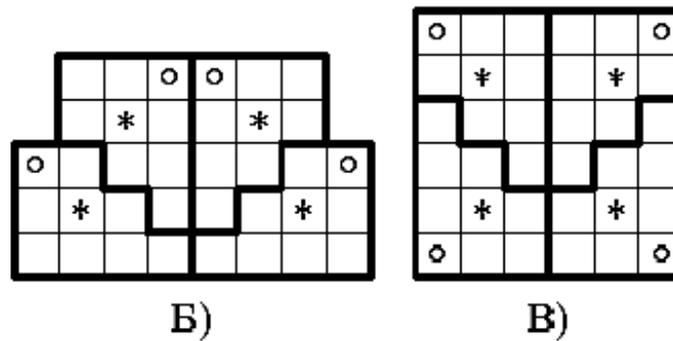


Рис. 92

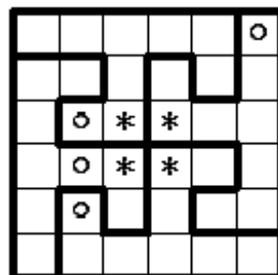


Рис. 93

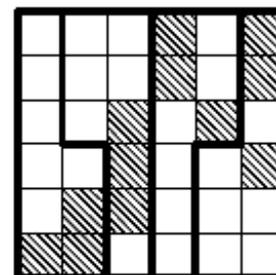


Рис. 94

1.17. *Решение.* Посмотрим, сколько клеток будет содержать квадрат. $4 \cdot 9 = 36$, значит, сторона квадрата — 6 клеток, так как $36 = 6 \cdot 6$. Как разрезать прямоугольник — показано на рис. 95 (а). Это способ разрезания называют ступенчатым. Как из полученных частей составить квадрат — показано на рис. 95 (б).

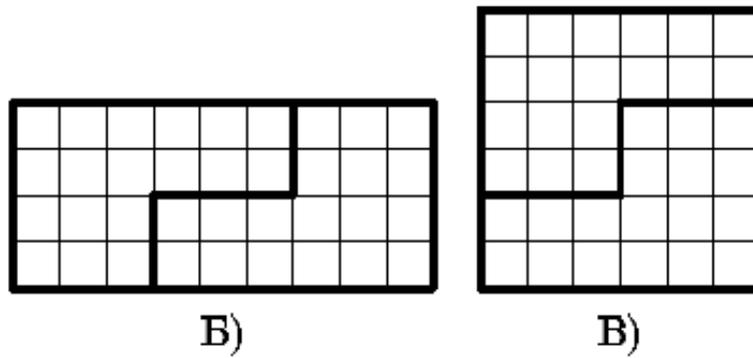


Рис. 95

1.18. Решение. Нельзя, так как квадрат должен состоять из $4 \cdot 8 = 32$ клеток, а значит, его сторона будет меньше 6 клеток, но больше 5, то есть нецелым числом. Поэтому разрезание по сторонам клеток невозможно.

1.19. Решение. Площадь полученной фигуры 64 кв. ед., так как $10 \cdot 7 = 70$ (кв. ед.), $1 \cdot 6 = 6$ (кв. ед.), $70 - 6 = 64$ (кв. ед.). Поэтому квадрат будет со стороной 8 клеток. Как разрезать прямоугольник — показано на рис. 96 (а), а как из этих частей составить квадрат — на рис. 96 (б).

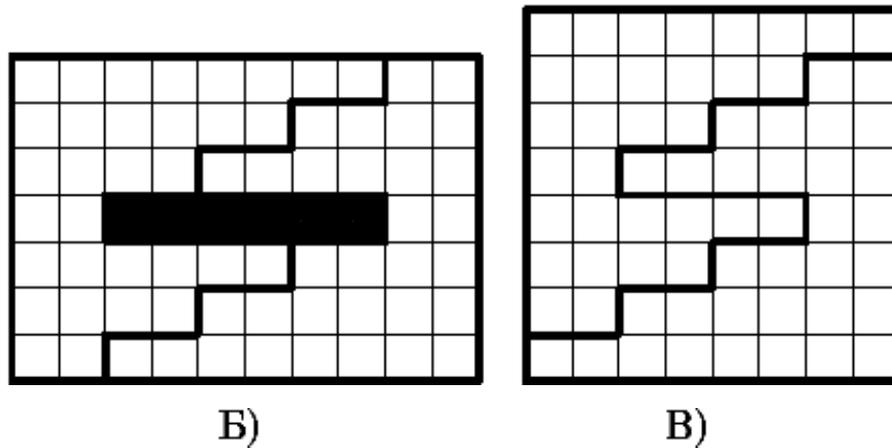


Рис. 96

1.20. Решение. Имеем, $8 \cdot 9 = 72$, $72 - 12 = 60$. Поэтому исходный прямоугольник с вырезанными фигурами содержит 60 клеток. Так как $6 \cdot 10 = 60$, то, по-видимому, искомый прямоугольник составить можно. Как разрезать прямоугольник — показано на рис. 97 (а), а как из этих частей составить новый прямоугольник — на рис. 97 (б).

1.21. *Ответ.* См. рис. 98.

1.22. *Ответ.* См. рис. 99.

1.23. *Ответ.* См. рис. 100.

1.24. *Ответ.* См. рис. 101.

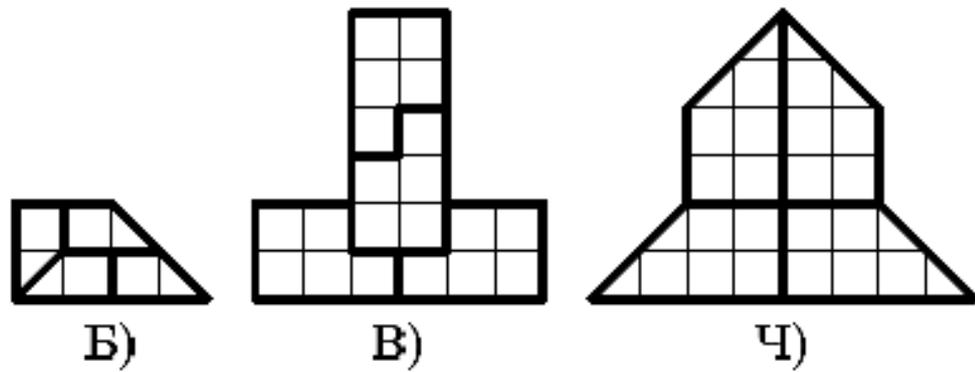
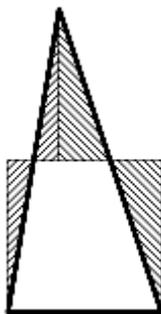


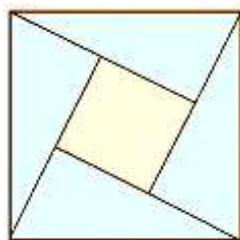
Рис. 101

ЗАДАЧИ РАЗНЫЕ

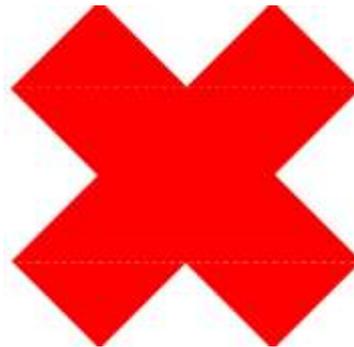
1.



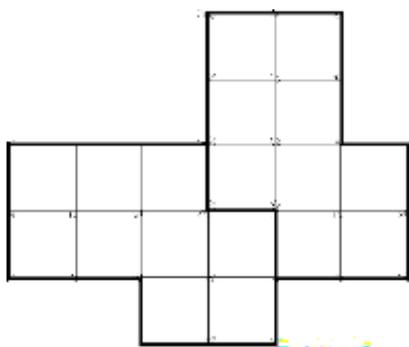
2.



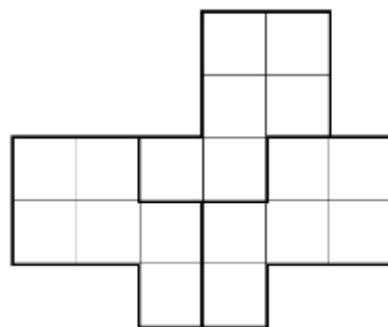
3.



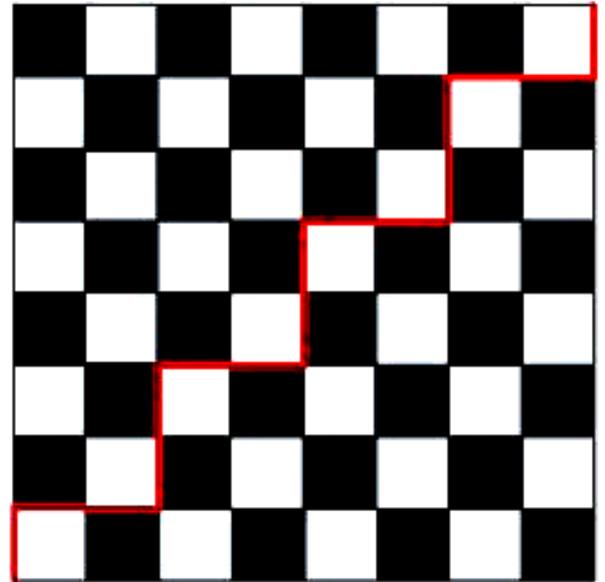
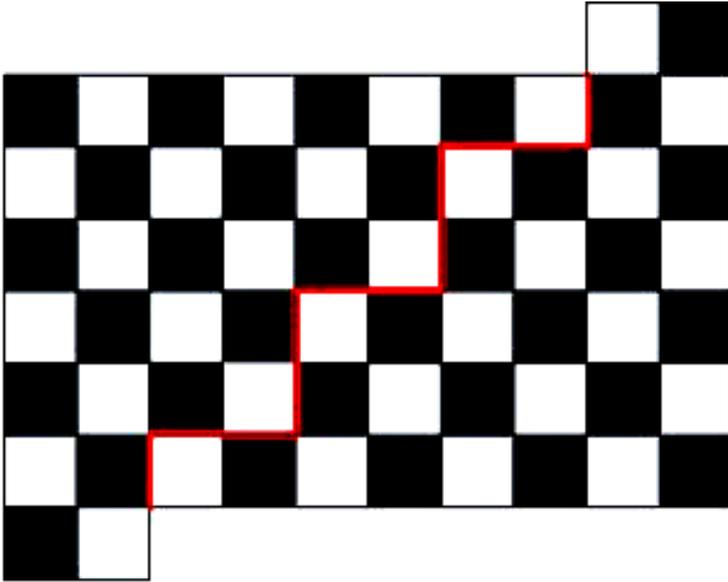
4.



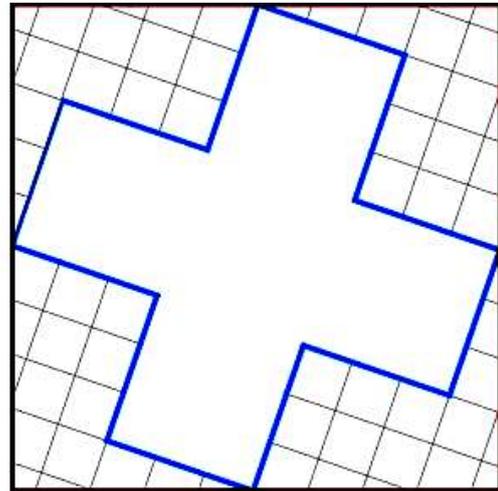
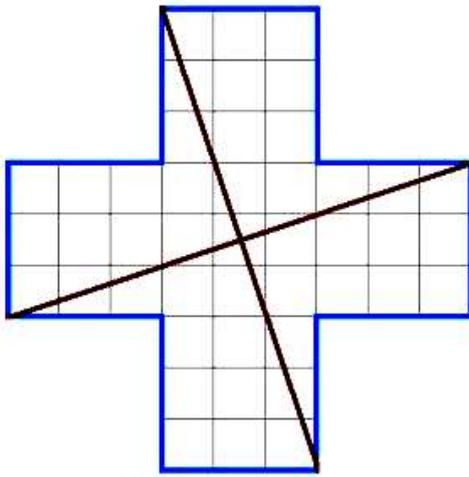
5.



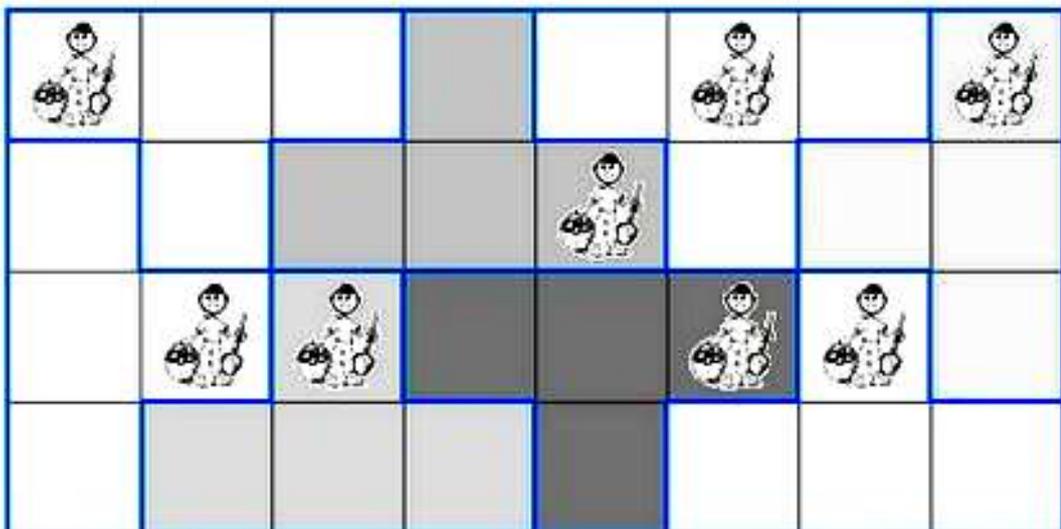
6.



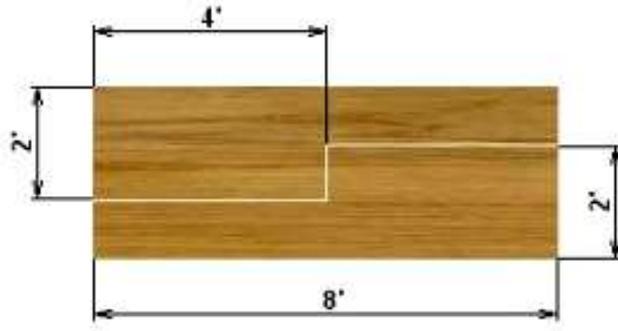
7.



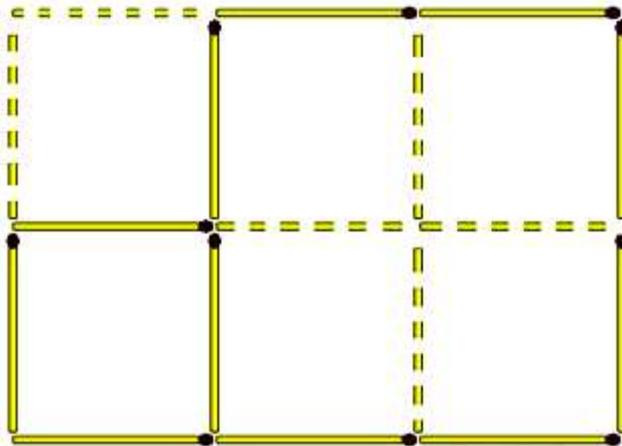
8.



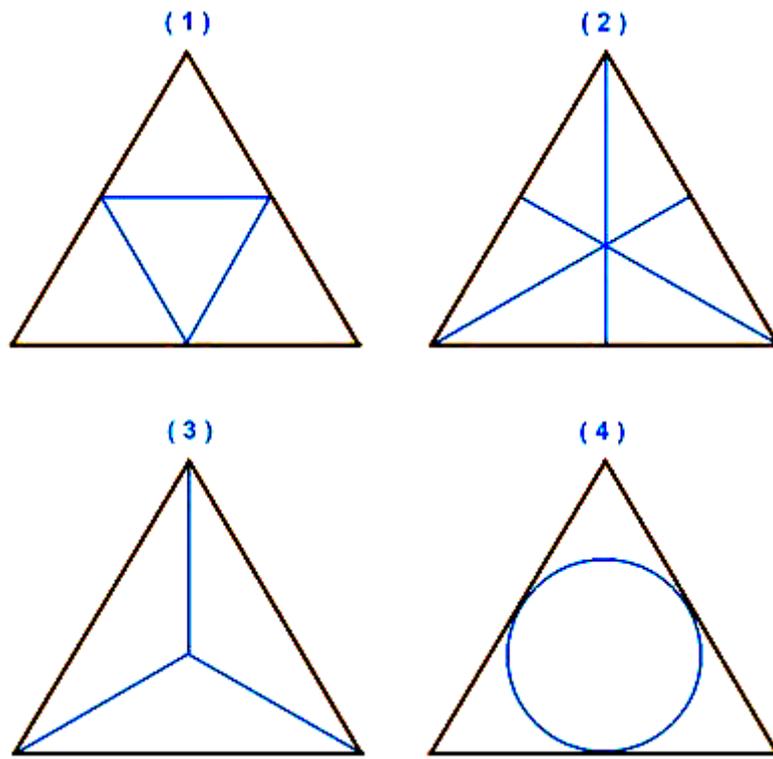
9.



10.



11.



12.

