А.ГАЙШТУТ

МАТЕМАТИКА. ПРАКТИЧЕСКИЙ КУРС

В ПОМОЩЬ ПОВТОРЯЮЩИМ МАТЕМАТИКУ ПО СПРАВОЧНИКАМ

ГЕОМЕТРИЯ

ПЛАНИМЕТРИЯ

Содержание

СПРАВОЧНЫЙ МАТЕРИАЛ

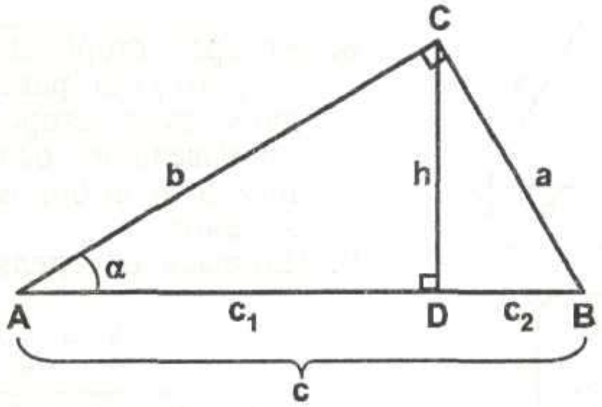
ПЛАНИМЕТРИЯ. Справочный материал

Прямоугольный треугольник

$$\boxed{\begin{array}{c} b^2 = c \cdot c_1 \\ a^2 = c \cdot c_2 \end{array}}$$

$$\boxed{h^2 = c_1 \cdot c_2}$$

$$\boxed{a^2 + b^2 = c^2}$$



$$\boxed{\begin{array}{l} \text{Если } \alpha = 30^\circ, \\ \text{то } c = 2a \end{array}}$$

$$\boxed{R = \frac{c}{2}}$$

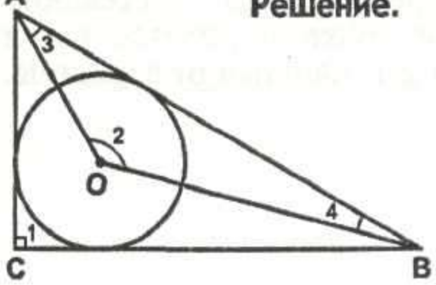
$$\boxed{\begin{array}{c} r = \dfrac{a+b-c}{2} \\ r = \dfrac{S}{p} \end{array}}$$

$$\boxed{\begin{array}{c} S = \dfrac{1}{2} c \cdot h \\ S = \dfrac{1}{2} a \cdot b \end{array}}$$

1. Катет — среднее пропорциональное между гипотенузой и проекцией этого катета на гипотенузу.
2. Высота, опущенная из вершины прямого угла на гипотенузу — среднее пропорциональное между отрезками, на которую она делит гипотенузу.
3. Сумма квадратов катетов равна квадрату гипотенузы.
4. Против угла в 30° лежит катет, равный половине гипотенузы.
5. Радиус описанной окружности определяется формулой $R = \frac{c}{2}$.
6. Радиус вписанной окружности определяется формулами
$$r = \frac{a+b-c}{2} \text{ и } r = \frac{S}{p}.$$
7. Площадь определяется формулами
$$S = \frac{1}{2} c \cdot h \text{ и } S = \frac{1}{2} a \cdot b.$$

Образец решения задачи

Дано: O — центр окружности, вписанной в ΔABC. $\angle 1 + \angle 2 + \angle CAB = 285^\circ$.
Найти: $AC : AB$.



Решение.

$$\left.\begin{array}{l}\angle 1 = 90^\circ, AO \text{ и } BO \text{ —} \\ \text{биссектрисы}\end{array}\right\} \Rightarrow \angle 3 + \angle 4 = 45^\circ, \text{ значит,}$$

$$\underline{\angle 2} = 180^\circ - (\angle 3 + \angle 4) = \underline{135^\circ}.$$

По условию $\angle 1 + \angle 2 + \angle CAB = 285^\circ$, откуда

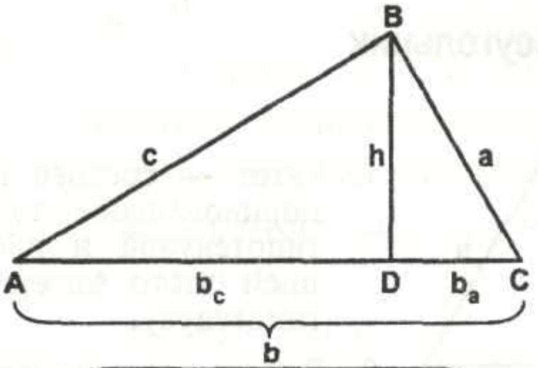
$$\angle CAB = 285^\circ - (\angle 1 + \angle 2) = 285^\circ - 225^\circ = 60^\circ,$$

$$\angle B = 30^\circ \text{ и } AC : AB = 1 : 2 \text{ (теорема 4).}$$

Ответ: 1:2.

$p = \dfrac{a+b+c}{2}$; r, R — радиусы вписанной и описанной окружностей.

Косоугольный треугольник



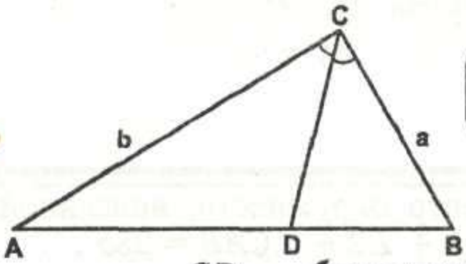
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2b \cdot b_a$$
$$a^2 = c^2 + b^2 - 2b \cdot b_c$$

$$S = \frac{1}{2} b \cdot h$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

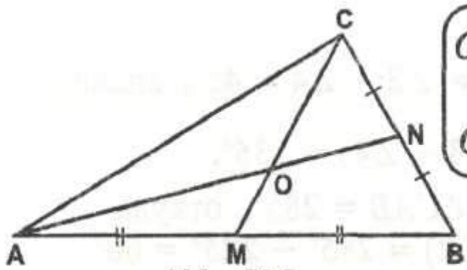
$r = \frac{S}{p}$, где S — площадь,
p — полупериметр

$R = \frac{a \cdot b \cdot c}{4S}$, где S — площадь



$$\frac{AD}{DB} = \frac{b}{a}$$

CD — биссектриса



$$OM = \frac{1}{3} CM$$
$$OC = \frac{2}{3} CM$$

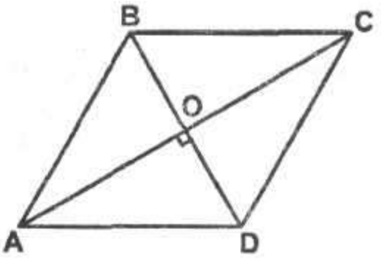
AN, CM — медианы

8. Квадрат стороны, лежащей против острого угла, равен сумме квадратов двух других сторон минус удвоенное произведение основания на проекцию второй боковой стороны на основание.
9. Площадь определяется формулами:
$$S = \frac{1}{2} b \cdot h,$$
$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}.$$
10. Центр вписанной окружности лежит в точке пересечения биссектрис, а радиус вписанной окружности определяется формулой $r = \frac{S}{p}$.
11. Центр описанной окружности лежит в точке пересечения перпендикуляров к серединам сторон, а радиус описанной окружности определяется формулой $R = \frac{a \cdot b \cdot c}{4S}$.
12. Биссектриса внутреннего угла треугольника делит основание на части, пропорциональные прилежащим сторонам.
13. Медианы треугольника пересекаются в одной точке и делятся ею в отношении 2:1, начиная от вершины.

$p = \frac{a+b+c}{2}$; r, R — радиусы вписанной и описанной окружностей.

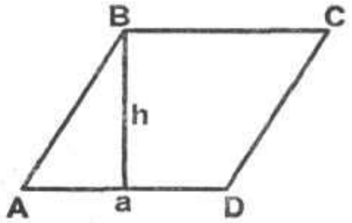
Ромб

$$AC \perp BD$$
$$\angle OAD = \angle OAB$$



14. Диагонали ромба взаимно перпендикулярны и делят углы пополам.

$$S = \frac{1}{2} AC \cdot BD$$
$$S = a \cdot h$$



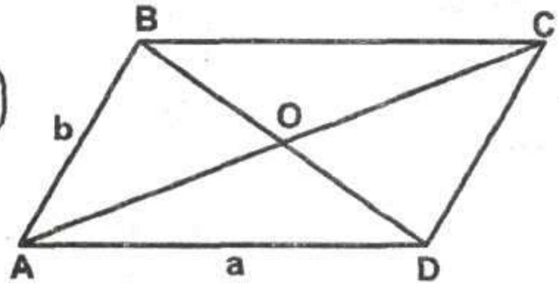
15. Площадь определяется формулами:

$$S = \frac{1}{2} AC \cdot BD$$
$$S = a \cdot h.$$

Параллелограмм

$$AC^2 + BD^2 = 2a^2 + 2b^2$$

$$S = a \cdot h$$



16. Сумма квадратов диагоналей равна сумме квадратов всех его сторон.
17. Площадь определяется формулой

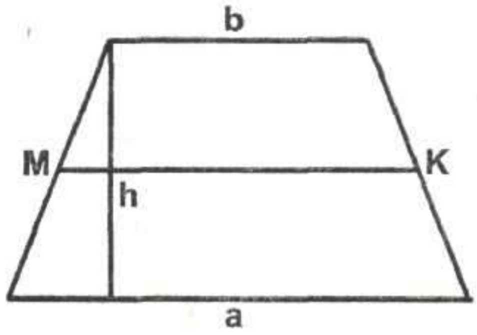
$$S = a \cdot h.$$

Трапеция

$$MK = \frac{a+b}{2}$$

$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

$$a + b = c + d$$

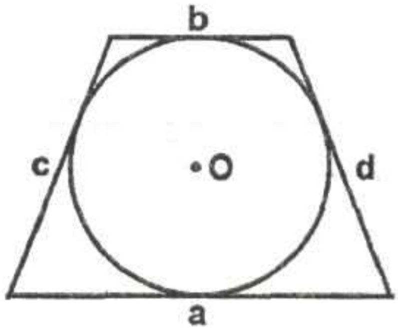


18. Средняя линия равна полусумме оснований:

$$MK = \frac{a+b}{2}.$$

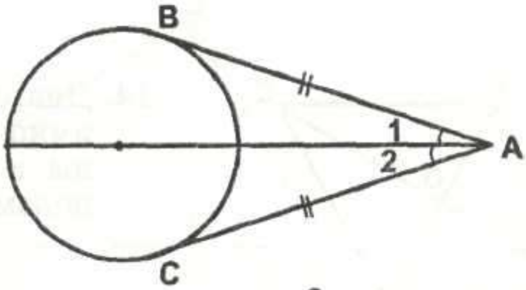
19. Площадь определяется формулой

$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h.$$



20. Если в трапецию вписан круг, то сумма оснований трапеции равна сумме боковых сторон.

Окружность и круг



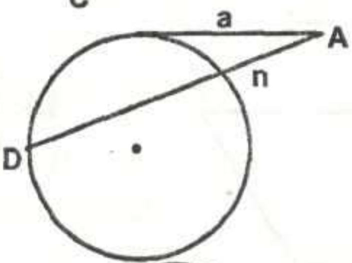
$AB = AC$

$\angle 1 = \angle 2$

21. Если из одной точки, лежащей вне окружности, провести к ней две касательные, то

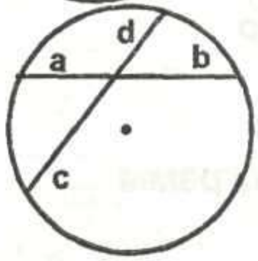
а) длины отрезков от данной точки до точек касания равны;

б) углы между каждой касательной и секущей, проходящей через центр круга, равны.



$a^2 = AD \cdot n$

22. Если из одной точки, лежащей вне окружности, провести к ней касательную и секущую, то квадрат касательной равен произведению секущей на ее внешнюю часть.



$a \cdot b = c \cdot d$

23. Если две хорды пересекаются в одной точке, то произведение отрезков одной хорды равно произведению отрезков другой.

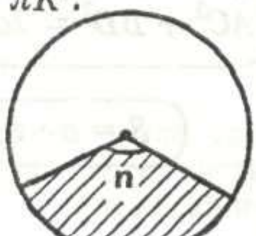
24. Длина окружности $C = 2\pi R$.

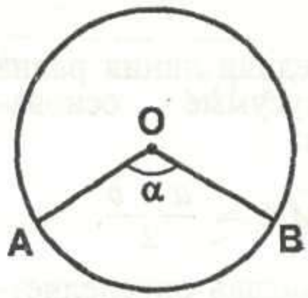
25. Длина дуги $C_\partial = \dfrac{\pi R n}{180^\circ}$.

26. Площадь круга $S = \pi R^2$.

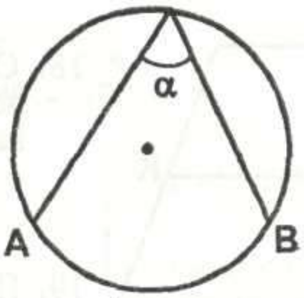
27. Площадь сектора

$$S_c = \frac{\pi R^2\, n}{360^\circ}.$$

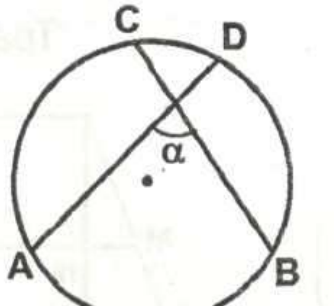




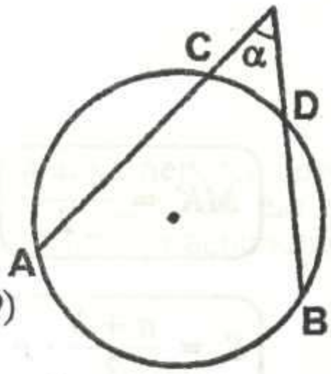
$\alpha = \smile AB$



$\alpha = \dfrac{1}{2} \smile AB$



$\alpha = \dfrac{1}{2}(\smile AB + \smile CD)$



$\alpha = \dfrac{1}{2}(\smile AB - \smile CD)$

S_c — площадь сектора, S — площадь круга, C — длина окружности, C_∂ — длина дуги, $\smile AB$ — угловая величина дуги.