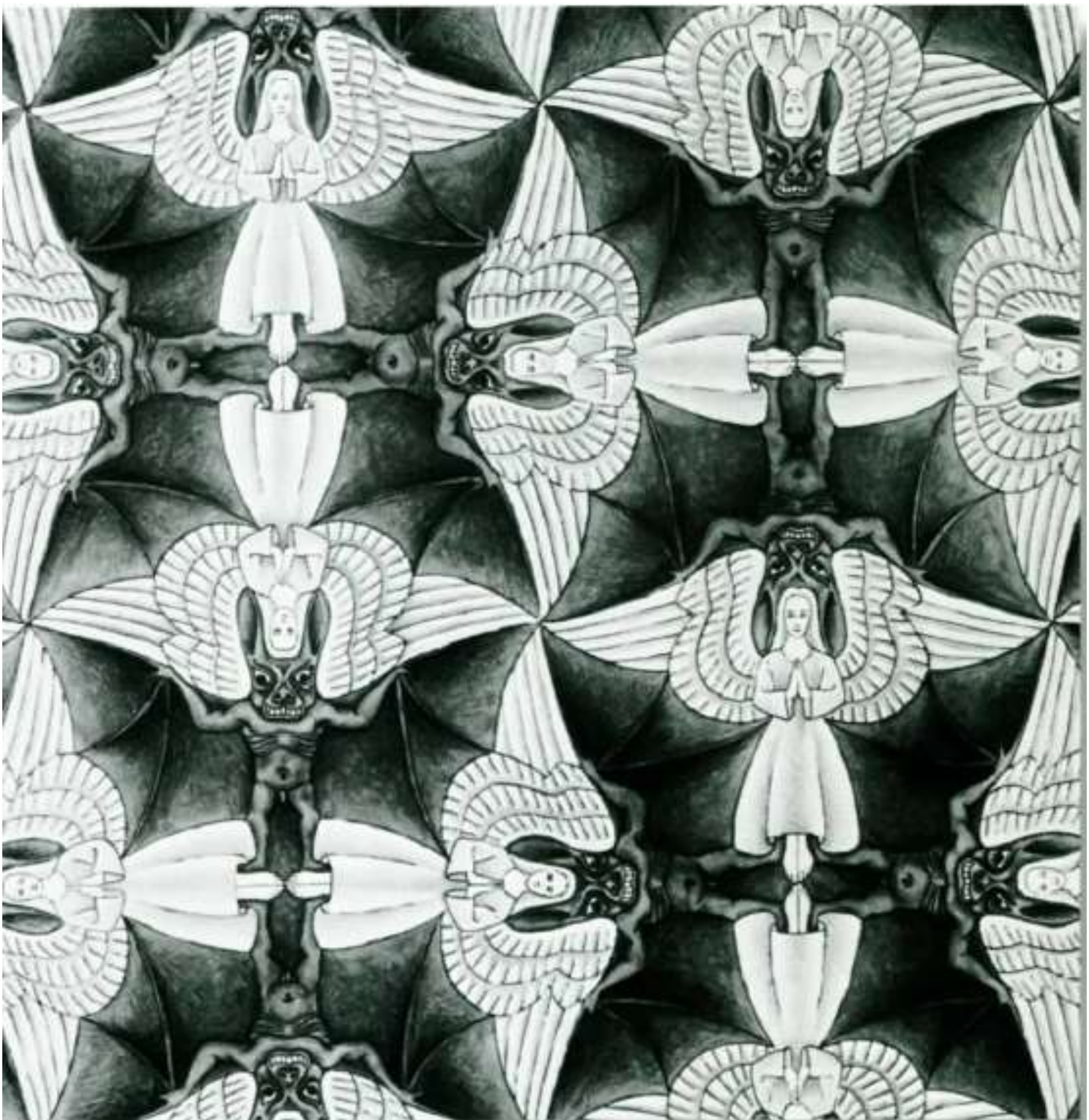
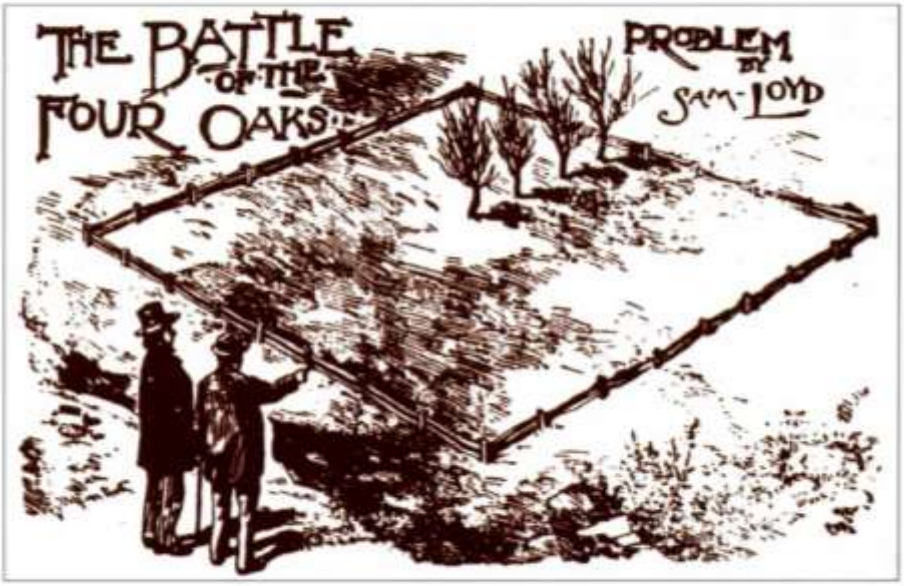
составитель Е.МАНОХА

занимательные ГОЛОВОЛОМКИ

8

КОЛЛЕКЦИЯ ЛОГИЧЕСКИХ ИГР ОТ DeAGOSTINI





◄ *Разделите участок на четыре равных части. В каждой части должно находиться одно дерево.*

1. Битва у четырех дубов

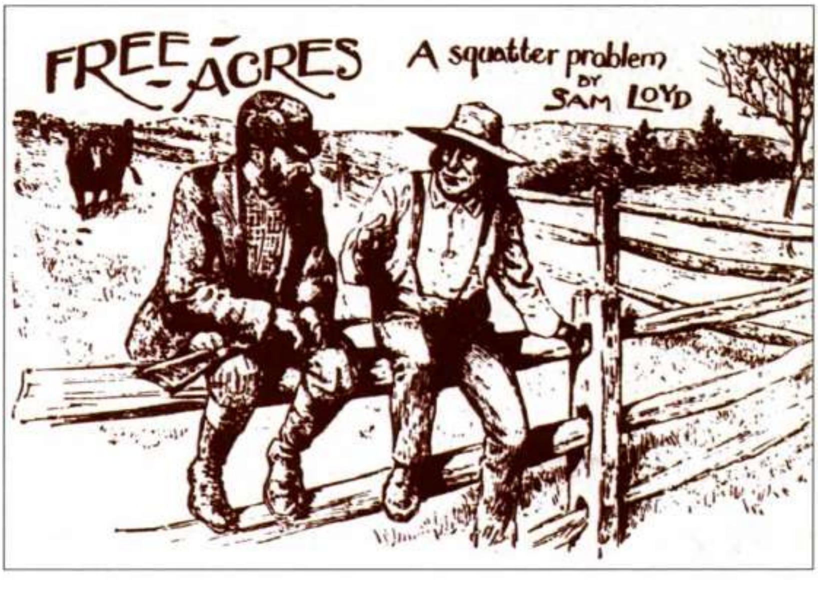
Город Четырех Дубов носит это название с тех самых пор, когда один из первых жителей, владелец большого участка земли, оставил его в наследство своим четырем сыновьям, предупредив, что участок следует «разделить на равные части так, как указывают четыре древних дуба, которые всегда служили межевыми знаками».

Наследники не смогли договориться, как разделить участок, поскольку четыре дуба не дали им никакой подсказки. Они обратились к судье и потеряли все наследство в так называемой битве у четырех дубов. Тот, кто рассказал мне эту историю, полагал, что она может стать основой для хорошей головоломки. Так и произошло.

На иллюстрации изображены квадратное поле и четыре дуба, расстояние между которыми одинаково. Они посажены в ряд, который начинается в центре поля, а заканчивается у его границы. Отец оставил землю в наследство сыновьям, указав, что поле следует разделить на четыре участка одинаковой формы и размера так, чтобы на каждом участке оказалось одно дерево. Я придумал эту головоломку на ходу, поэтому ее решение не должно представлять трудностей. Тем не менее, скажу, что не всем удастся найти лучшее решение.

2. Бесплатная земля

Эта прекрасная задача была составлена в Техасе, штате одинокой звезды. Это знаменитая и древэпизодов американской истории, с которой должны быть знакомы мои читатели. Техас был почти полностью колонизирован, или, точнее, завоеван, американцами в далеком 1830 году, но лишь после 15 лет сражений с мексиканцами и индейцами он был принят в состав Соединенных Штатов. Вскоре после этого вступил в силу знаменитый закон, согласно которому любой колонист имел право бесплатно завладеть любым участком земли, который он мог обработать в течение года.



▲ Сможете ли вы огородить участок площадью в столько акров, сколько секций длиной в 12 футов будет в изгороди?

Некоторые из первых поселенцев пережили тяжелые времена, но те, кому удалось выстоять, сегодня входят в число сельскохозяйственных королей. Согласно недавно опубликованному официальному заявлению, некоторые из богатейших землевладельцев мира — индейцы. Среди великих ранчо Запада, хозяев которых не удивляли стада «белых и крапчатых быков, пасущихся на равнинах Сицилии», как возвышенно писал Архимед, выделяется ранчо метиса Техасца Пита. Он был в числе первых, кто занял землю после выхода нового закона, согласно которому любой имел право на участок земли.

По его словам (он и сейчас находится в здравом уме и твердой памяти, хотя ему перевалило за 70), он с супругой получил в собственность всю землю, которую они смогли огородить за 12 месяцев. То есть в течение года они с супругой непрерывно строили забор.

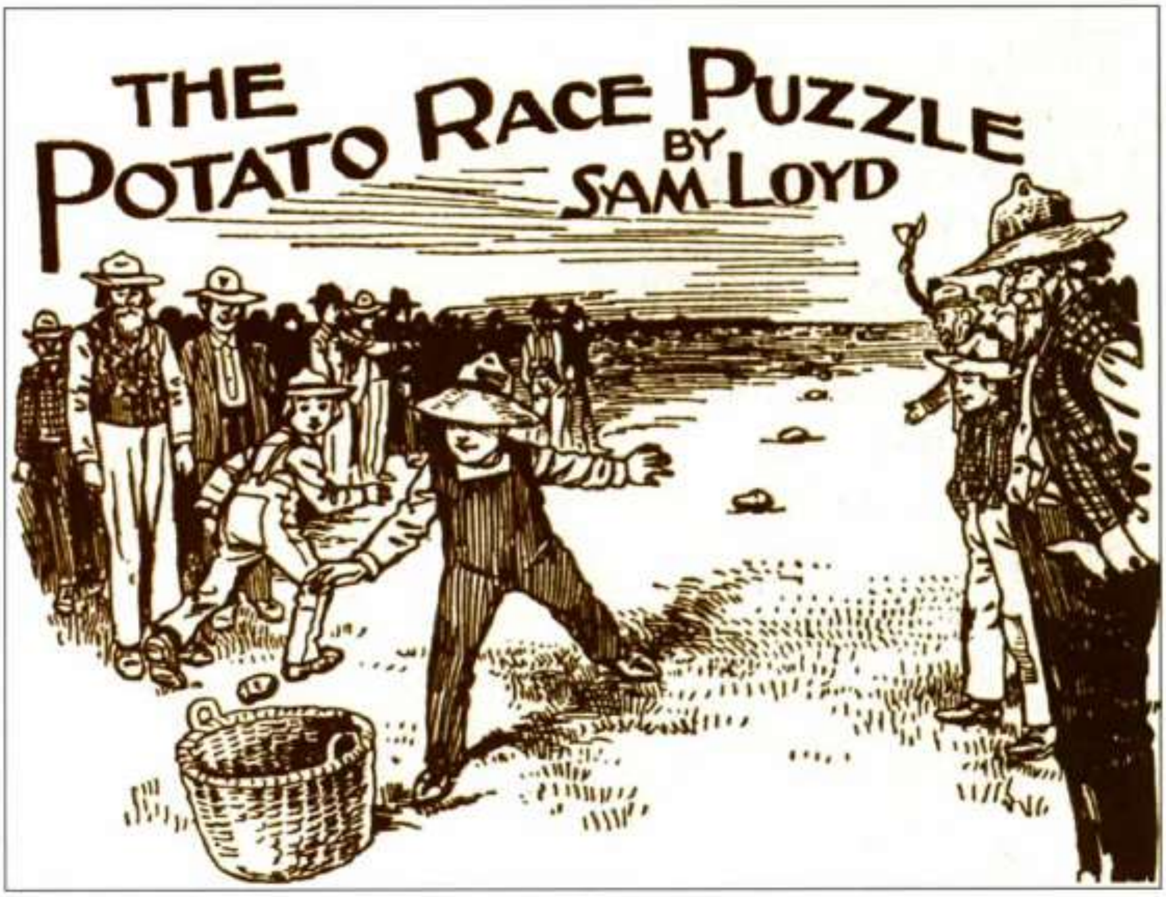
На основе его рассказа я придумал любопытную задачу. Допустим, участок имеет форму квадрата и окружен забором с тремя перекладинами, как показано на рисунке. Пусть каждая секция имеет в длину ровно 12 футов. Если предположить, что площадь участка составляет столько акров, сколько секций из 12 футов имеется во всем заборе (напомню, что акр равен 43 560 квадратным футам), сколько акров составляет площадь ранчо Техасца Пита?

3. Игра в картошку

В старину ни одна сельская ярмарка не обходилась без игры в картошку, а в некоторых местах эта игра до сих пор популярна среди сельских детей и молодежи. На землю по прямой линии выкладывается 100 картофелин, расстояние между ними равняется 10 футам. В 10 футах позади первой картофелины ставится корзина. Два игрока становятся у корзины и бегут к первой картофелине. Тот, кто забирает первую картофелину, должен вернуться обратно и положить ее в корзину, в то время как второй игрок бежит ко второй картофелине. Таким образом, в итоге все картофелины оказываются в корзине. Побеждает тот, кто первым опустит в корзину пятидесятую картофелину.

Первая задача состоит в том, чтобы вычислить расстояние, которое пробежит игрок, чтобы по очереди собрать все сто картофелин и положить их в корзину. Во второй, намного более сложной задаче, речь идет о забеге Тома и Гарри. Том быстрее Гарри на 2,04 %, поэтому последнему разрешили выбрать одну картофелину и опустить ее в корзину до начала забега. Другими словами, чтобы выиграть забег, Том должен собрать 50 картофелин раньше, чем Гарри удастся собрать недостающие 49. На иллюстрации изображен Гарри, который бросает в корзину выбранную им картофелину.

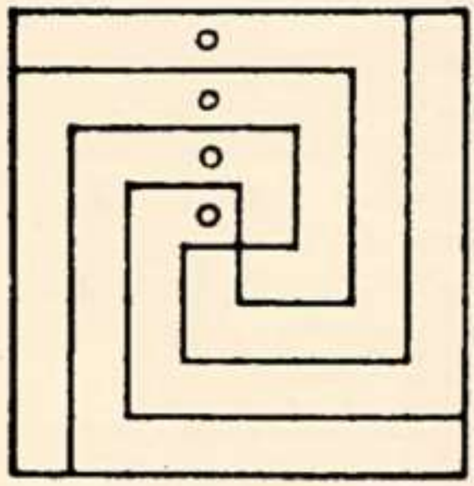
В зависимости от того, какую картофелину он выберет, результат забега будет отличаться. Сможете определить, какую картофелину должен выбрать Гарри, чтобы максимально увеличить свои шансы на победу, и как завершится забег, если Гарри не ошибется с выбором?



▲ *Кто из ребят выиграет забег?*

Решения

1.



2. Любопытно, что ответ к задаче равен числу квадратных футов в акре, то есть 43 560. Этим числом секций можно огородить квадрат площадью ровно в 43 560 акров.

3. Чтобы собрать все 100 картошин, нужно пробежать 101 000 футов, то есть чуть больше 19 миль!

Лучшим выбором Гарри будет картофелина под номером 99. Том, который на 2,04 % быстрее него, подберет первую картофелину, Гарри — вторую, Том — третью и так далее. Том недостаточно быстр, чтобы подобрать две соседние картофелины. Чтобы собрать 49 картофелин, Гарри нужно будет пробежать 49 980 футов. За это время Том пробежит 50 999,592 фута. Чтобы собрать 50 картофелин, ему нужно будет пробежать 51 000 футов, поэтому Гарри опередит его менее чем на полфута!

Игра в кости и веселые девицы
нарядили меня в такой костюм.
Шекспир. Зимняя сказка. Действие IV, сцена 3

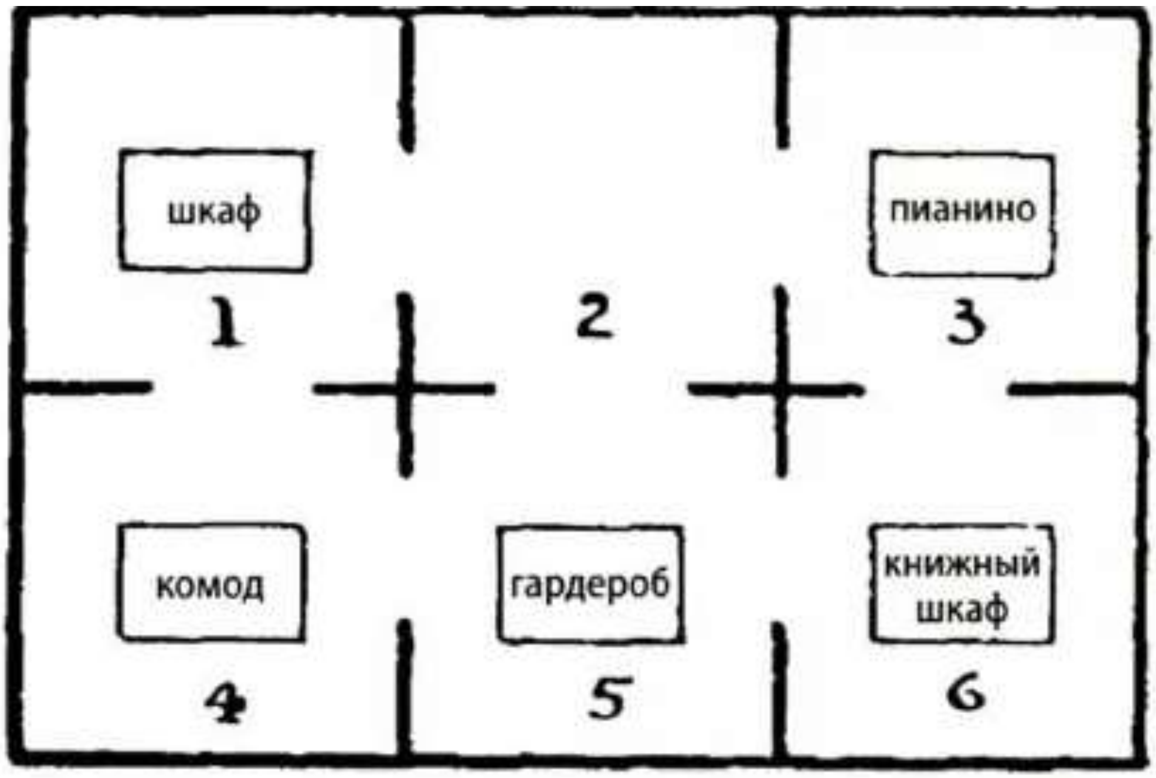
1. Задача Твикенхэма

На иллюстрации изображены 11 фишек, расположенных по кругу. Пять из них — белые с черными буквами, пять других — черные с белыми буквами. Место, которое должна была занять нижняя фишка, осталось пустым. Нужно расположить фишки так, чтобы по часовой стрелке можно было прочитать слово Твикенхэм (Twickenham) — старинное название одного из районов Лондона. Черные фишки перемещаются по часовой стрелке, белые — против часовой. Фишка может перепрыгивать через фишку другого цвета, если рядом находится пустое место.

Так, если сначала мы сдвинем K, то C может перескочить через K. Если затем мы сдвинем K в сторону E, W сможет перескочить C и так далее. Задачу можно решить за 26 ходов. Напомню, что фишки могут перепрыгивать только через фишки другого цвета.

2. Трудности на отдыхе

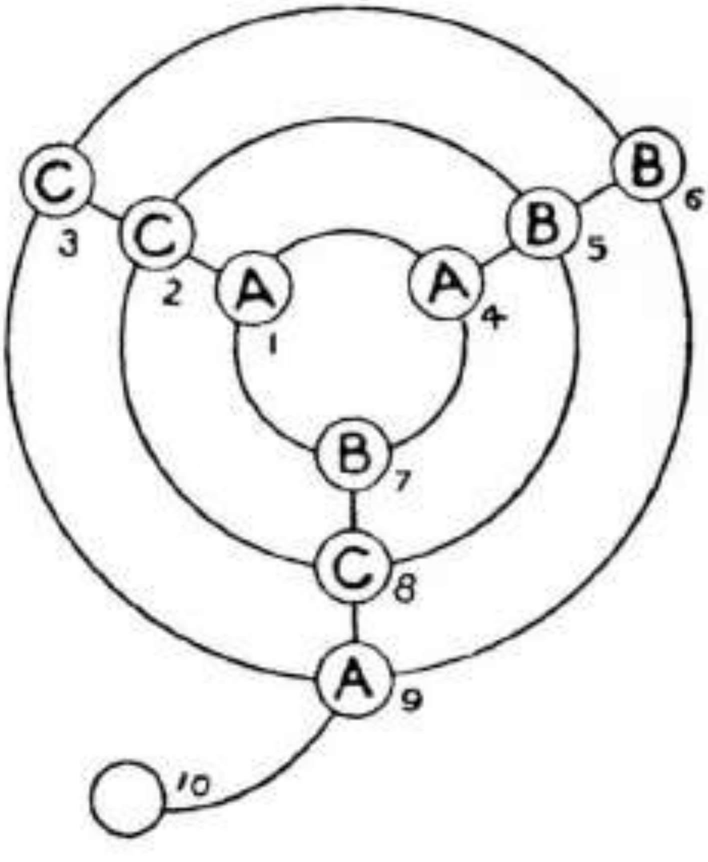
Семейство Добсон снимало комнаты в курортном городе. На одном этаже находилось шесть комнат, соединенных между собой так, как показано на схеме. Комнаты с номерами 4, 5 и 6 выходили окнами на море. Однако возникла небольшая проблема. Господин Добсон настаивал, чтобы пианино перенесли в комнату, где находился книжный шкаф, а книжный шкаф — в комнату, где стояло пианино. Это было мерой предосторожности: Добсоны не любили музыку и не хотели, чтобы кто-то играл на пианино. Комнаты были очень маленькими, мебели было слишком много, и два предмета мебели не умещались в одной комнате одновременно. Как поменять пианино и книжный шкаф местами за наименьшее число перестановок? Допустим, например, что сначала мы переместим гардероб в комнату № 2. Затем мы сможем перенести книжный шкаф в комнату № 5, пианино — в комнату № 6 и так далее.



Это очень интересная задача, но хозяйке пансиона она не понравилась. Попробуйте решить эту задачу за наименьшее число ходов, используя карточки из бумаги.

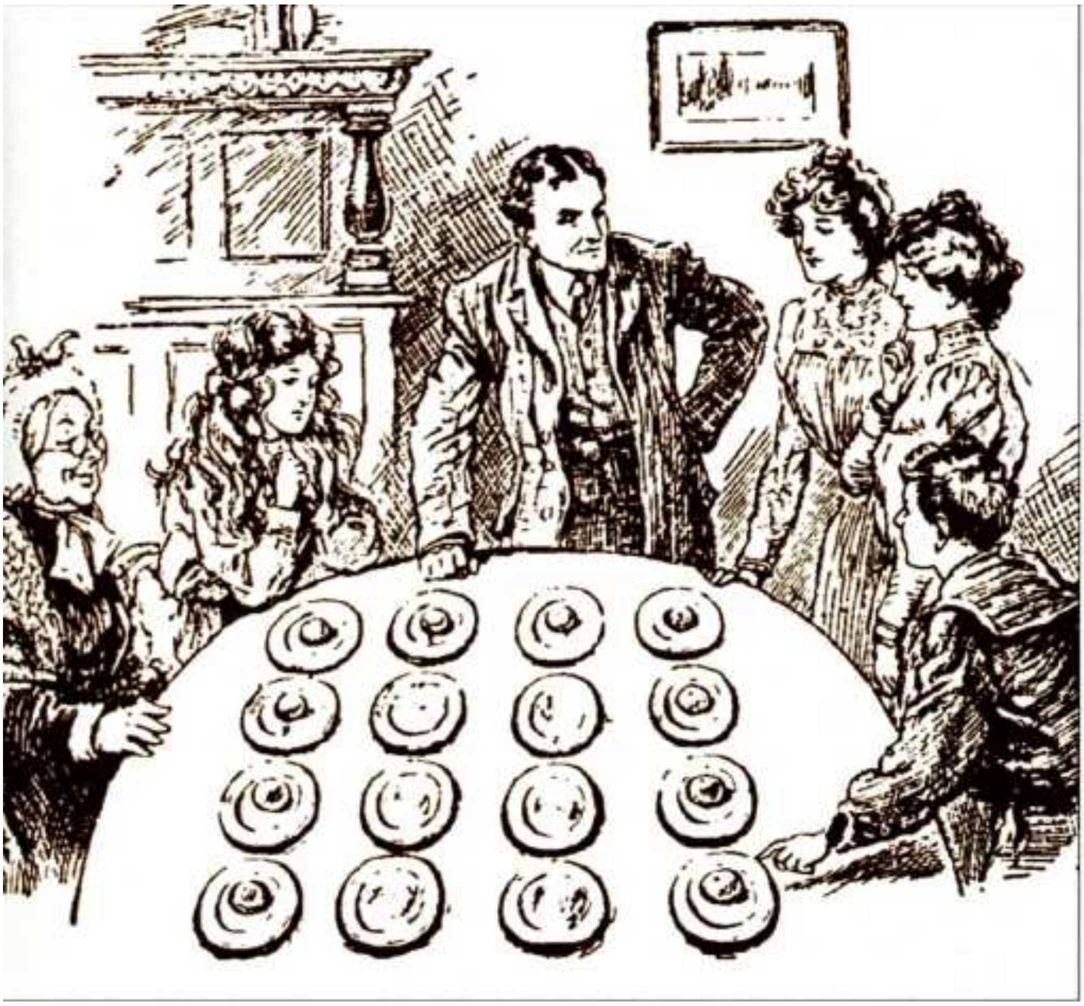
3. Железнодорожная задача

Нарисуйте схему, изображенную ниже, на большом листе и обозначьте три фишки буквой А, три — буквой В, три — буквой С. Вы увидите, что на пересечениях линий находится девять остановок, а десятая остановка находится за пределами большого круга. Расположите три фишки (или локомотива) А, три фишки В и три фишки С в обозначенных местах. Задача заключается в том, чтобы поочередно переместить локомотивы по рельсам, остановка за остановкой, так, чтобы в каждом круге находилось по одной фишке A, B и C и на каждой прямой также находилось по одной фишке A, B и C. Задачу нужно решить за минимально возможное число ходов. Сколько ходов для этого потребуется?



4. Десять яблок

Семейство, изображенное на рисунке, наслаждается этой простой, но очень интересной небольшой задачей. Как видите, на столе стоит 16 тарелок, которые образуют квадрат, и в 10 тарелках лежит



по одному яблоку. Нужно определить, как убрать из тарелок все яблоки, кроме одного, совершая ходы, как в шашках (яблоко может перепрыгнуть соседнее яблоко, если затем окажется на пустой тарелке), точнее как в солитере, так как ходы по диагонали запрещены.

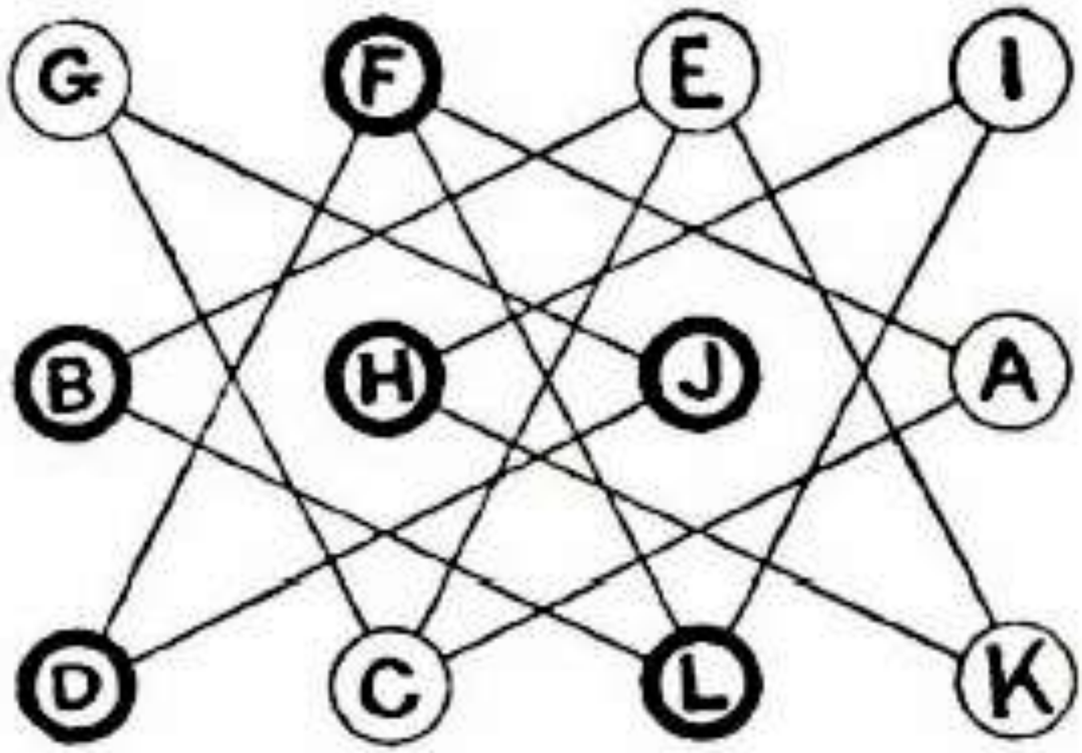
Очевидно, что при таком расположении яблок, как показано на рисунке, ни одного хода сделать нельзя. Однако перед началом игры можно переложить любое яблоко в пустую тарелку. Все ходы должны быть прыжками. Яблоко, через которое перепрыгнуло другое яблоко, снимается с тарелки.

5. Задача об обмене

Перед вами прелестная головоломка с фишками. Вам потребуется всего 12 фишек: шесть одного цвета, обозначенных A, C, E, G, I и K, и шесть другого, обозначенных B, D, F, H, J и L. Сначала расположите их так, как показано на рисунке. Задача состоит в том, чтобы расположить фишки в алфавитном порядке:

A	B	C	D
E	F	G	H
I	J	K	L

Разрешается менять местами фишки разного цвета, расположенные на одной линии. Так, можно поменять местами G и J или F и A, но нельзя поменять G и C или F и D, так как в первом случае обе фишки белые, во втором — обе черные.



Сможете решить задачу за 17 ходов? Решить ее за меньшее число ходов нельзя. Если немного подумать, выяснится, что головоломка намного легче, чем кажется.

Решения

1. Переместите фишки в следующем порядке и получите слово Twickenham: K C E K W T C E H M K W T A N C E H M I K C E H M T. На каждом ходу будет очевидно, что нужно сделать — совершить прыжок или переместить фишку на соседнее пустое место.

2. Чтобы получить кратчайшее решение, нужно передвигать мебель в таком порядке: пианино, книжный шкаф, гардероб, пианино, шкаф, комод, пианино, гардероб, книжный шкаф, шкаф, гардероб, пианино, комод, гардероб, шкаф, книжный шкаф, пианино. Вам потребуется 17 перестановок. Владелица пансиона затем сможет передвинуть комод, гардероб и шкаф. Пока пианино будет надежно закрыто, для господина Добсона не будет иметь значения, что гардероб и комод поменяли местами.

3. Эту головоломку можно решить всего в девять ходов. Переместите локомотивы так: 9–10, 6–9, 5–6, 2–5, 1–2, 7–1, 8–7, 9–8, 10–9. Локомотивы А, В и С будут находиться в каждом их трех кругов и на каждой из трех прямых линий. Это самое короткое решение.

4. Пронумеруем тарелки в горизонтальных рядах сверху вниз так: (1, 2, 3, 4), (5, 6, 7, 8), (9, 10, 11, 12), (13, 14, 15, 16). Переместите яблоко из тарелки 8 в тарелку 10 и совершите следующие ходы (не забудьте убирать яблоко, через которое перепрыгнули): 9–11, 1–9, 13–5, 16–8, 4–12, 12–10, 3–1, 1–9, 9–11.

5. Поменяйте следующие пары местами: h–k, h–e, h–c, h–a, i–l, i–f, i–d, k–l, g–j, j–a, f–k, l–e, d–k, e–f, e–d, e–b, b–k. Вы увидите, что, хотя белые фишки можно поместить на свои места всего за 11 ходов, черные нельзя расставить по местам менее чем за 17 ходов. Поэтому нужно сделать несколько дополнительных ходов белыми фишками, чтобы уравнять число ходов. Следовательно, решить задачу меньше чем за 17 ходов нельзя. Разумеется, некоторые ходы взаимозаменяемы.

Лучшее от Эдуарда Люка

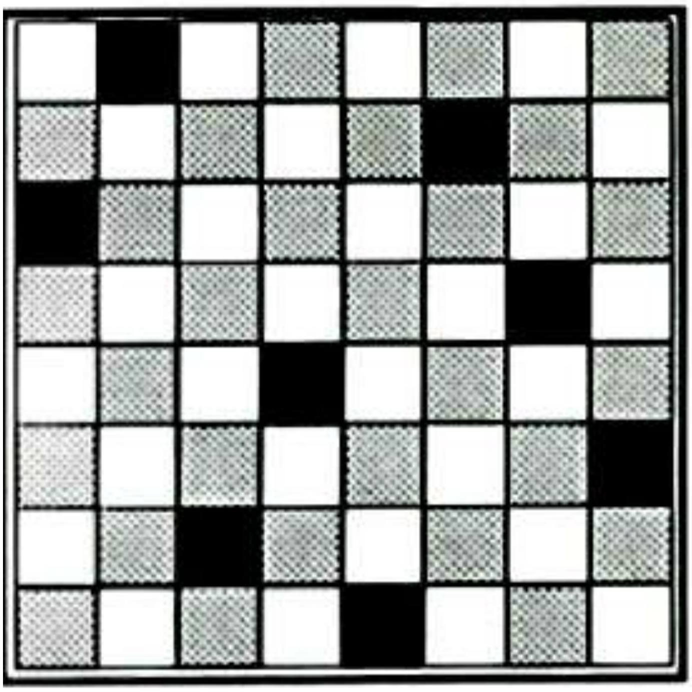
Задача о восьми ферзях

Задача, которую мы попробуем решить, звучит так: нужно определить все варианты расположения восьми ферзей на шахматной доске так, чтобы ни один из них не находился под боем другого. Иными словами, нужно расставить восемь ферзей на доске так, чтобы никакие два из них не располагались на одной вертикали, горизонтали или диагонали.

Условные обозначения

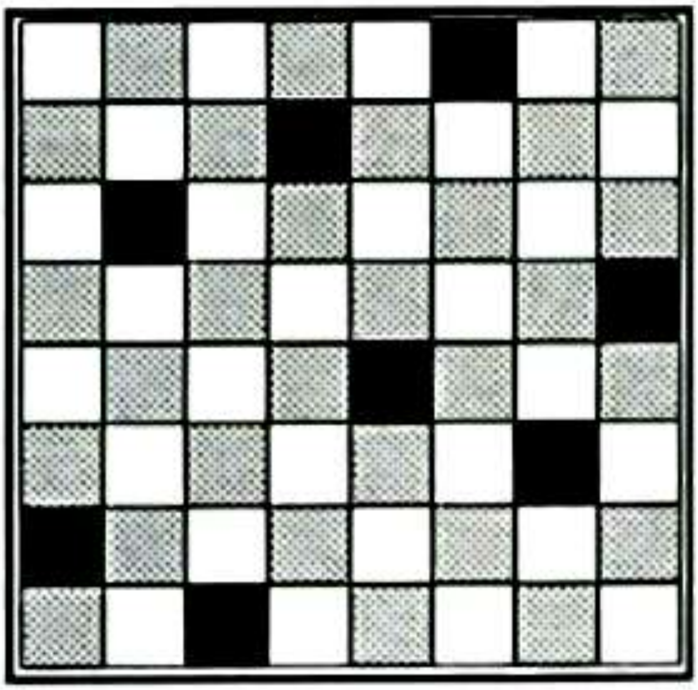
Будем обозначать положение ферзей на доске черными клетками, расположенными поверх белых или серых клеток доски. На рисунке 1 представлено одно из решений задачи.

Рис. 1



Позиция I

Рис. 2



Позиция II

Будем обозначать это решение восемью цифрами 68241753. Первая цифра, 6, обозначает номер клетки в первом столбце доски, считая от нижней границы. Вторая цифра, 8, обозначает, что ферзь расположен в верхней клетке второго столбца, и так далее. Далее для простоты будем называть вертикальные ряды клеток столбцами, горизонтальные ряды — строками. Пронумеруем столбцы от 1 до 8 слева направо, строки — от 1 до 8 снизу вверх. Следовательно, решение, изображенное на рис. 1, можно записать так:

(A)	Строки	6	8	2	4	1	7	5	3
	Столбцы	1	2	3	4	5	6	7	8

Для краткости будем записывать это решение восемью цифрами **68241753** — так, как мы объяснили выше. Это число записано в первой строке таблицы, приведенной сверху.

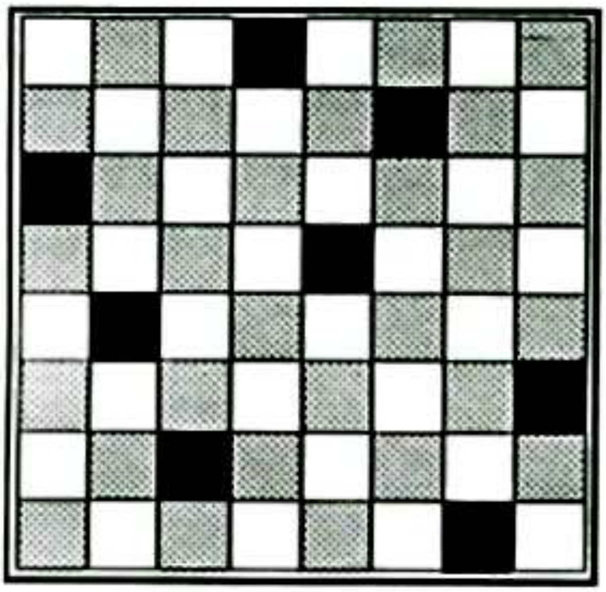
Связанные решения

На рис. 2 изображено первое решение, связанное с решением, показанным на рис. 1. Мы получили это решение, повернув доску на четверть оборота против часовой стрелки. Чтобы получить это решение из первого исключительно с помощью преобразований над числами, достаточно упорядочить столбцы таблицы А так, чтобы цифры в ее первой строке были расположены в порядке убывания:

(A)	Строки	8	7	6	5	4	3	2	1
	Столбцы	2	6	1	7	4	8	3	5

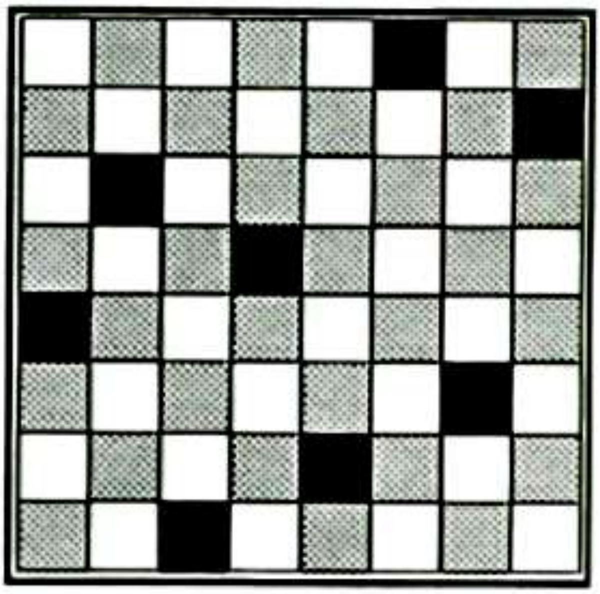
Чтобы получить сокращенную запись второго решения, достаточно записать подряд все цифры, расположенные во второй строке таблицы (B). Получим число **26174835**. На рисунках 3 и 4 представлены второе и третье решения, связанные с тем, что представлено на рис. 1. Они получаются поворотом доски еще на четверть и половину оборота против часовой стрелки.

Рис. 3



Позиция III

Рис. 4



Позиция IV

Решение, изображенное на рис. 3, можно получить с помощью преобразований над числами из позиции II, позицию IV — из позиции III благодаря преобразованию, с помощью которого мы получили позицию II из позиции I. Однако мы также можем получить позицию III из позиции I, а позицию IV — из позиции II следующим образом. Решения, представленные на рисунках 1 и 2, обозначаются числами

68241753 и **26174835**.

Запишем эти же цифры в обратном порядке:

35714286 и **53847162**.

Вычтем каждую из этих цифр из 9 и получим:

64285713 и **46152837**.

Эти числа обозначают решения, изображенные на рисунках 3 и 4.

Нерегулярные и полурегулярные решения

В общем случае произвольному решению задачи о восьми ферзях для любой квадратной доски соответствуют четыре связанных решения. Мы сказали, что так происходит в общем случае, однако для этого необходимо, чтобы рассматриваемое решение было нерегулярным.

На рис. 5 представлено полурегулярное решение задачи о восьми ферзях, имеющее только одно связанное с ним решение.

Рис. 5

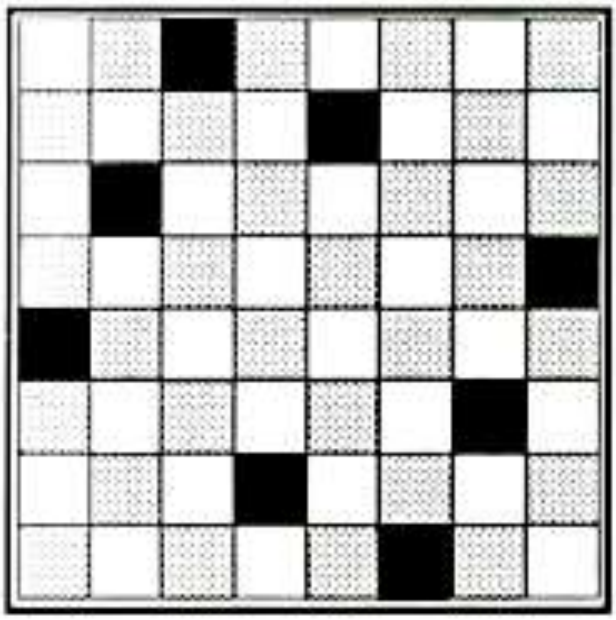
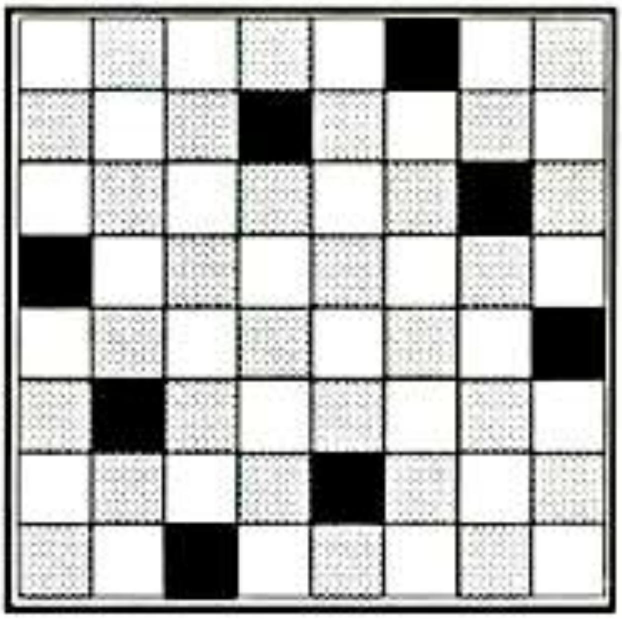


Рис. 6



Действительно, если мы повернем доску на половину оборота, то расположение ферзей не изменится. Число 46827135, которым обозначается это решение, обладает одним свойством: если сложить это число и число, обозначающее решение, полученное поворотом, то их сумма будет равна 99999999.

Регулярные решения

На досках, состоящих не из 64 клеток, из данного решения поворотом доски в некоторых случаях нельзя получить никакого другого решения. Сначала покажем, что используемая нами нотация применима к любым доскам: цифры можно заменить числами, не превосходящими число клеток в рядах доски. Тем не менее, следует отметить, что решение, о котором идет речь и которое мы называем регулярным, может быть представлено в четырех вариантах, то есть с четырех разных «точек зрения» на доску, только тогда, когда число клеток в ряду доски кратно 4, то есть равно 4, 8, 12, 16 (однако доска из 64 клеток не обладает этим свойством), или когда число клеток в ряду доски равно числу, кратному 4, увеличенному на 1.

Такие решения записываются как 2413 (для доски из 16 клеток) и 25314 (для доски из 25 клеток). Будем обозначать полурегулярное решение знаком * после его числовой записи, регулярное решение — знаком **.

Таким образом, получим, например,

46827135*, 2413, 25314**.**

Обратные решения

Рассмотрим произвольное регулярное, полурегулярное или нерегулярное решение задачи о восьми ферзях. Инвертируем порядок расположения фигур в строках или столбцах или, что аналогично, запишем числовое обозначение этого решения или его дополнение до числа 9 в обратном порядке. Так мы получим обратное решение. Нетрудно видеть, что это новое решение будет отличаться от любого связанного решения. Чтобы получить его геометрически, нужно использовать зеркало или развернуть доску. После рассмотрения связанных и обратных решений становится очевидным следующее:

1. Всякому простому нерегулярному решению соответствуют четыре связанных решения и четыре обратных, в сумме восемь решений.

2. Всякому простому полурегулярному решению соответствуют два связанных решения и два обратных, в сумме четыре решения.

3. Всякому простому регулярному решению соответствует единственное связанное и единственное обратное решение, в сумме два решения.

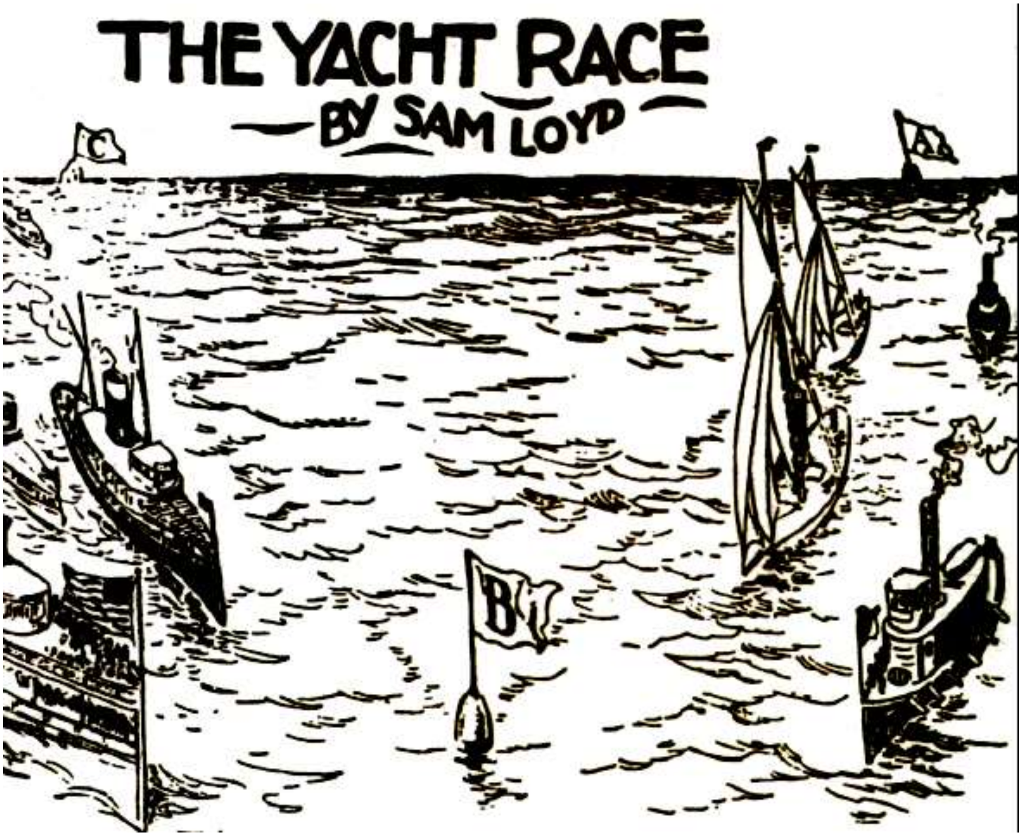
Из этой классификации следует исключить единственное решение задачи о ферзях на доске из одной клетки.

1. Парусная регата

На рисунке справа изображены две яхты в момент начала регаты, в ходе которой участники должны описать треугольник, пройдя мимо флагов А, В и С, после чего вернуться к флагу А.

Трое членов экипажа яхты-победительницы пытались определить скорость яхты, но из-за сильного приступа морской болезни им это не удалось. Смит заметил, что яхта прошла первые три четверти дистанции за три с половиной часа. Джонс записал, что яхта прошла последние три четверти дистанции за четыре с половиной часа. Брауну так не терпелось вернуться на берег, что он записал лишь то, что яхта прошла промежуточный участок дистанции (между точками В и С) на десять минут медленнее, чем первый участок.

Считая, что курс яхты представляет собой равносторонний треугольник и скорость яхты на каждом участке дистанции неизменна, определите, сколько времени яхта была в пути.



▲ *За какое время яхта прошла положенную дистанцию?*

▼ *Сколько человек было в войске Гарольда?*

2. Битва при Гастингсе

Все, кто изучал историю, знают, что памятная битва, произошедшая 14 октября 1066 года, окутана завесой тайны. В данной головоломке рассматривается любопытный эпизод этой битвы, который до сих пор не получил заслуженного внимания.

Профессор Генри Дьюдени пишет: «Люди Гарольда располагались по обычаю плотно, тринадцатью квадратами, в которых находилось одинаковое число людей. Увы тому, кто осмелился бы проникнуть в их редут — лишь удар саксонского боевого топора сумел бы пробить брешь в их рядах! Когда Гарольд сам бросился в бой, саксонцы, выкрикивая боевой клич, образовали единый мощный квадрат».

Современные исследователи подтверждают, что саксонцы сражались в едином строю. В «Песне о битве при Гастингсе», написанной епископом Ги Амьенским, поется, что «саксонцы стояли твердо плотным строем». Генри Хантингтон писал о «квадрате, подобном крепости, неприступной для норманнов».

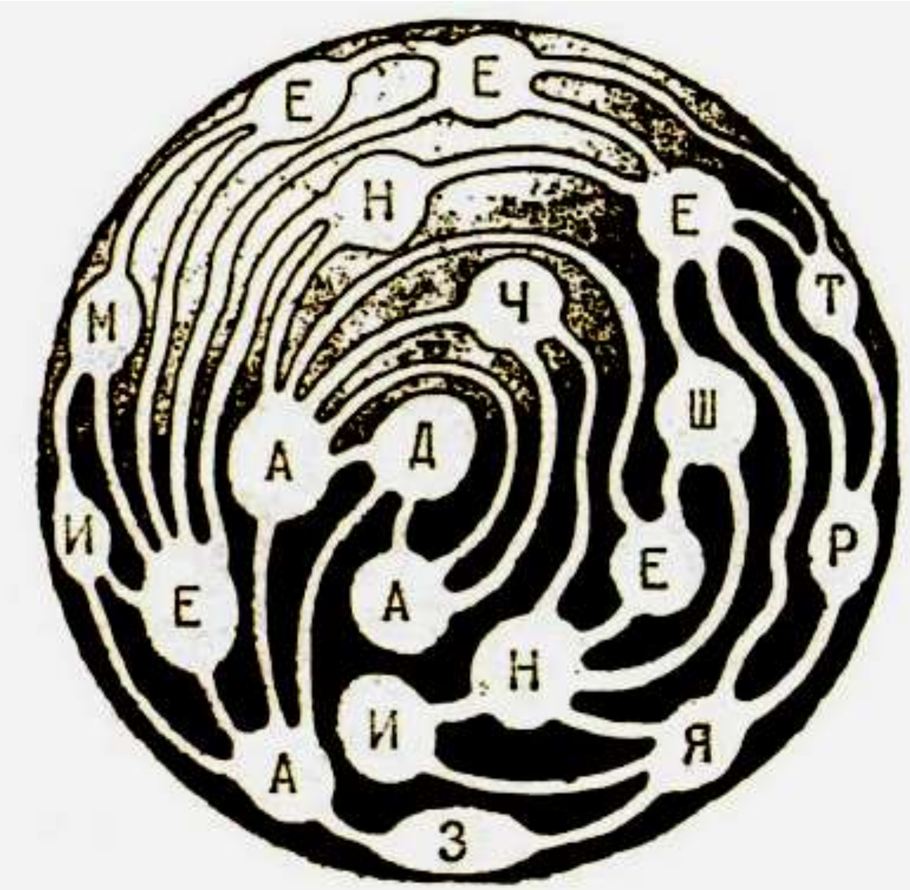
Если войско Гарольда было разделено на тринадцать квадратов, которые затем вместе с самим Гарольдом образовали один большой квадрат, то какова была численность его войска?

Эта головоломка столь сложна, что решить ее удалось лишь немногим математикам.

3. Марсианские каналы

Далее представлена карта городов и каналов, недавно открытых на ближайшей к нам планете — Марсе. Начав путь в городе З у южного полюса, попробуйте обойти все города ровно по одному разу и вернуться в исходную точку.

Когда эта головоломка была впервые опубликована в одном из журналов, более пятидесяти тысяч читателей ответили: «Задача не имеет решения». Тем не менее, эта головоломка очень проста.



◀ *Обойдите все города ровно один раз и составьте из букв фразу.*

сосуда в форме куба. Считая, что внутренние размеры ящиков точно выражаются десятичными дробями, сможете ли вы определить соотношение веса черного и зеленого чая? (Иными словами, найдите два разных целых числа, сумма кубов которых при делении на 22 дает число, кубический корень которого также будет целым числом.)

4. Смесь разных сортов чая

На Востоке смешивание чая — это столь точная наука, что вес ингредиентов рассчитывается до миллионной доли унции! Говорят, что формулы, известные некоторым плантаторам, держались в секрете сотни лет, и их невозможно воспроизвести.

Только чтобы показать, сколь сложна наука о смешивании чая и сколь непросто разгадать ее тайны, обратим внимание читателя на простую головоломку о двух смесях. Чайный мастер получил два ящика разного размера, имевших форму куба. Внутри большого куба находился черный чай, внутри малого — зеленый. Мастер смешал содержимое ящиков и обнаружил, что смеси достаточно, чтобы наполнить ровно 22 одинаковых сосуда в форме куба. Считая, что внутренние размеры ящиков точно выражаются десятичными дробями, сможете ли вы определить соотношение веса черного и зеленого чая? (Иными словами, найдите два разных целых числа, сумма кубов которых при делении на 22 дает число, кубический корень которого также будет целым числом.)

▼ *В каком соотношении мастер смешал черный и зеленый чай?*

Решения

1. Первая сторона треугольника была пройдена за 80 минут, вторая — за 90, последняя — за 160. Общее время в пути составило 5,5 часов.

Эту задачу можно решить алгебраически, разделив путь на 12 равных частей и обозначив за *x* время прохождения первых четырех частей, за $x + 10$ — время прохождения второго отрезка, за y — время прохождения четырех последних дистанций. Записав время в минутах, получим следующие два уравнения, из которых нетрудно найти значения x и y:

$$\frac{x}{4} + x + 10 + y = 270;$$

$$\frac{y}{4} + x + 10 + x = 210.$$

2. Тринадцать отрядов Гарольда представляли собой квадраты со стороной в 180 человек. Таким образом, численность войска составляла 421 200 человек. Вместе с Гарольдом их число составляло 421 201, что позволило образовать один большой квадрат со стороной в 649 человек.

(Взяв задачу из книги британского мастера головоломок Генри Дьюдени, Лойд существенно изменил ее, сделав более простой и в то же время более исторически достоверной. В версии Дьюдени, изложенной в его книге «Математические головоломки и развлечения», упоминается 61 отряд вместо 13. Если бы читатель попытался решить эту задачу, то минимально возможное число людей в отряде составило бы 3 119 882 982 860 264 400, так как сторона каждого квадрата составляла бы 226 153 980 человек. Вместе с Гарольдом войско смогло бы выстроиться в один квадрат со стороной в 1 766 319 049 человек.

3. Пятьдесят тысяч читателей, которые ответили «Задача не имеет решения», на самом деле решили головоломку: если обойти города так, чтобы получилась эта фраза, то вы обойдете их все по одному разу и вернетесь в исходную точку.

4. Куб со стороной, равной 17,299 дюйма, и куб со стороной 25,469 дюйма имеют общий объем 21 697,794418608 куб. дюйма, что в точности равно общему объему 22 кубов со стороной 9,954 дюйма. Следовательно, зеленый и черный чай нужно смешать в соотношении 17,299 к 25,469.

Генри Э. Дьюдени

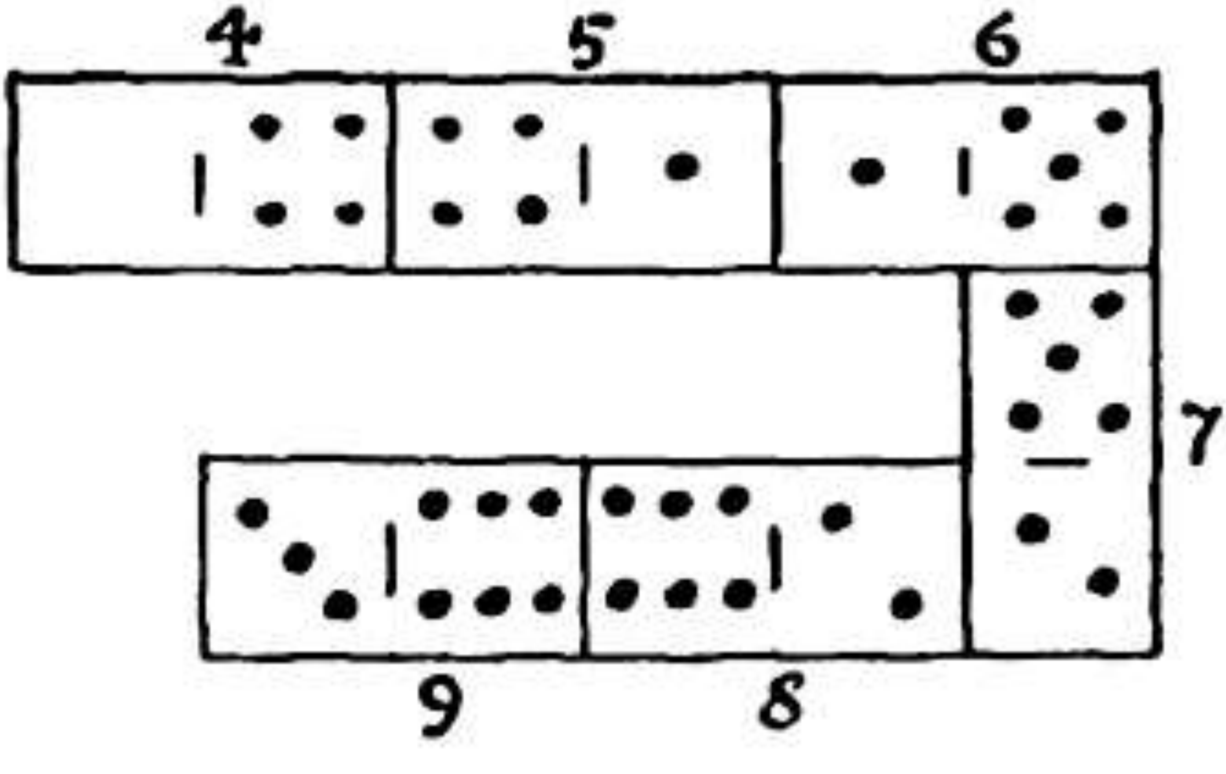
Игровые задачи

Маленькая радость от игры.

Мэтью Прайор

1. Цепочка домино

На рисунке изображены шесть костяшек домино, расположенных согласно правилам — 4 к 4, 1 к 1 и так далее. При этом сумма очков на костяшках (4, 5, 6, 7, 8, 9) представляет собой арифметическую прогрессию, то есть разность между соседними суммами равна одному и тому же числу. В данном случае это число 1.

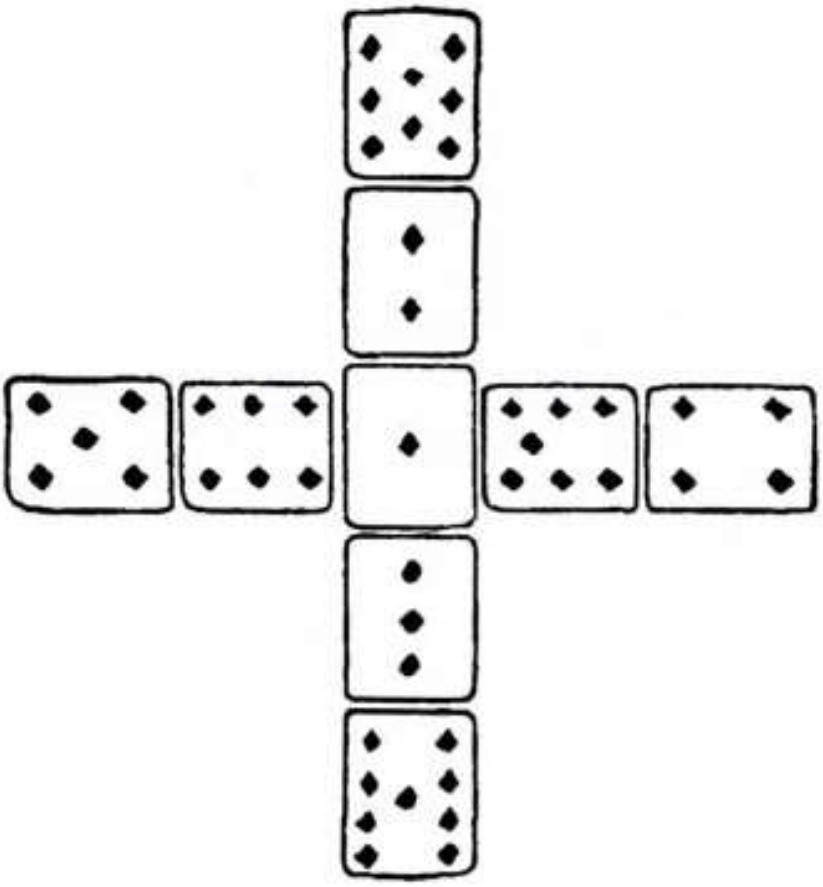


Сколькими способами можно расположить

шесть костяшек домино из стандартного набора из 28 костяшек так, чтобы суммы очков на них образовали арифметическую прогрессию? Костяшки следует располагать слева направо, убывающие арифметические прогрессии (например, 9, 8, 7, 6, 5, 4) не допускаются.

2. Карточный крест

Эта головоломка заключается в том, чтобы расположить в форме креста девять игральных карт бубновой масти от туза до девятки так, как показано на рисунке, чтобы при этом сумма очков в вертикальном и горизонтальном рядах была одинаковой.



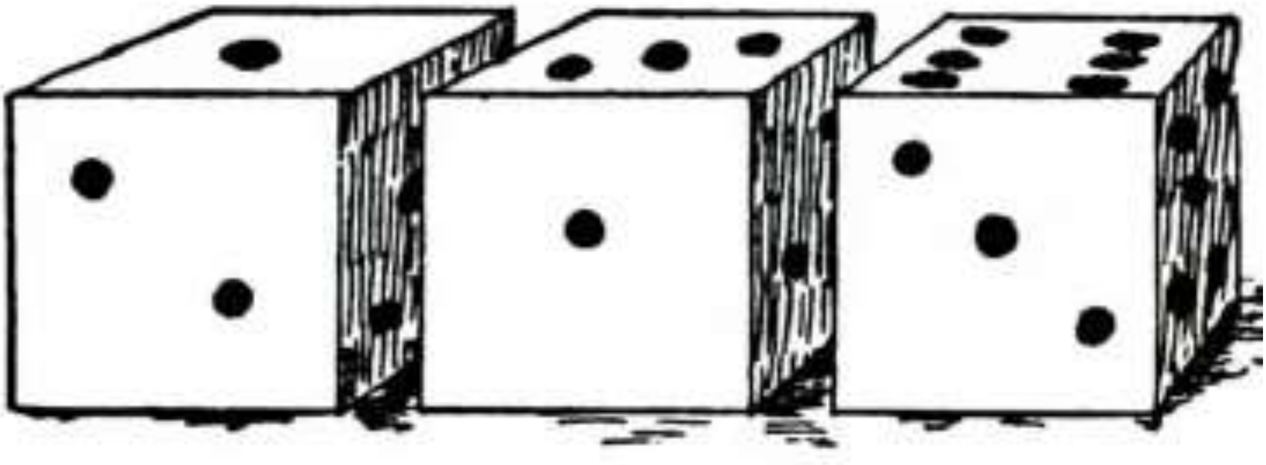
В приведенном примере сумма очков в обоих рядах равна 23. Определите, сколькими способами можно расположить карты так, чтобы это условие выполнялось. Нетрудно видеть, что можно поменять местами 5 и 6, 5 и 7, 8 и 3 и так далее, при этом условие задачи по-прежнему будет выполняться.

Мы также можем поменять горизонтальный и вертикальный ряды местами. Однако эти перестановки столь очевидны, что они считаются не разными решениями, а лишь вариантами одного базового решения. Сколько разных базовых решений имеет эта задача? Разумеется, совершенно не обязательно, чтобы сумма очков в рядах всегда равнялась 23.

3. Фокус с игральными костями

Сейчас я расскажу вам о прекрасном фокусе с тремя игральными костями. Попросите кого-нибудь бросить кубики так, чтобы вы их не видели. Затем попросите вашего помощника умножить очки на первом кубике на 2 и прибавить 5, затем умножить результат на 5 и прибавить к нему число очков на втором кубике, далее умножить полученное число на 10 и прибавить число очков на третьем кубике. Когда он назовет результат, вы сразу сможете сказать, сколько очков выпало на каждом из трех кубиков.

Как это сделать? Например, если выпало 1, 3 и 6, мой помощник назовет число 386, и я сразу же смогу определить, сколько очков выпало на каждом из кубиков.



4. Футболисты

— Футбол — славный спорт! — воскликнул болельщик. — По окончании прошлого сезона из всех известных мне футболистов у четырех была сломана левая рука, у пяти — правая; у двоих была здоровой правая рука, у троих — левая.

Сможете определить минимально возможное число футболистов, которых знал наш болельщик? Из условия задачи не следует, что футболистов было 14, так как, например, двое из тех, кто сломал левую руку, могли быть теми же двумя футболистами, у которых правая рука была здоровой.

Решения

1. Всего существует 23 разных способа. Можно начать с любой костяшки, за исключением 4–4 и тех, на которых есть 5 или 6 очков, однако лишь некоторые костяшки можно будет расположить двумя способами. Если нам дана разность между очками на костяшках домино, то по известной первой костяшке все остальные определяются автоматически. Следовательно, достаточно указать лишь первую костяшку для каждого из 23 вариантов и разницу между очками. Я сделаю это следующим образом. При разнице между очками, равной 1, первой костяшкой может быть любая из перечисленных: 0–0, 0–1, 1–0, 0–2, 1–1, 2–0, 0–3, 1–2, 2–1, 3–0, 0–4, 1–3, 2–2, 3–1, 1–4, 2–3, 3–2, 2–4, 3–3, 3–4. При разнице между очками, равной 2, первой костяшкой может быть 0–0, 0–2 или 0–1. Рассмотрим в качестве примера последний случай. При первой костяшке 0–1 и разнице между очками, равной 2, следующими костяшками будут 1–2, 2–3, 3–4, 4–5, 5–6. Три костяшки нельзя использовать ни в одном из вариантов: это 0–5, 0–6 и 1–6. Для расширенного набора костяшек, где последней костяшкой в наборе является 9–9, существует 40 вариантов решения задачи.

2. Всего имеется 18 основных решений. Я перечислю их ниже, указав число очков на картах только для горизонтального ряда, так как положение остальных карт в этом случае определяется автоматически.

56174	24568
35168	34567
34178	14768
25178	23768
25368	24758
15378	34956
24378	24957
14578	14967
23578	23967

Так как сумма очков является нечетной, карта, расположенная на пересечении рядов, также должна иметь нечетное число очков. Сумму 23, 25 и 27 можно получить четырьмя способами, 24 и 26 — тремя.

3. Достаточно вычесть из указанного числа 250, и три цифры результата укажут, сколько очков выпало на всех трех кубиках. Так, в нашем примере указанным числом является 386. Отняв от него 250, получим 136 и увидим, что на кубиках выпало 1, 3 и 6 очков. Результатом всех арифметических действий будет число $100a + 10b + c + 250$, где a, b и c соответствуют очкам, выпавшим на всех трех кубиках. Таким образом, решение задачи очевидно.

4. Минимально возможное число футболистов — семь. Задача имеет три разных решения:

(1) У двоих футболистов нет травм рук, у одного сломана правая рука, у четырех сломаны обе руки.

(2) У одного футболиста нет травм рук, у одного сломана левая рука, у двух сломана правая, у трех сломаны обе руки.

(3) У двух футболистов сломана левая рука, у трех — правая, еще у двух сломаны обе руки. Если по условию травмированы все футболисты, то последний вариант будет единственно возможным.