



МАТЕМАТИКА. ПРАКТИЧЕСКИЙ КУРС

В ПОМОЩЬ ПОВТОРЯЮЩИМ МАТЕМАТИКУ ПО СПРАВОЧНИКАМ

Тема 7. Задачи текстовые

Содержание

1. Как решить задачу на составление уравнений.
2. Задачи на составление линейных уравнений или систем.
3. Составление уравнений с буквенными коэффициентами.
4. Задачи на составление квадратных уравнений.
5. Задачи разные.

Как решить задачу на составление уравнений.

Задачи на составление уравнений часто называют текстовыми.

Решение текстовой задачи состоит из нескольких этапов: выбор неизвестных, составление уравнения или системы уравнений, решение этих уравнений или систем уравнений.

Эффективное решение большинства текстовых задач зависит от разумного выбора неизвестных. Не всегда искомое число должно быть неизвестным. В ряде случаев за неизвестное принимают некоторую комбинацию данных. Неизвестные надо вводить так, чтобы используя их, легко было записать условие задачи.

После того как введены неизвестные, условия задачи переключают на язык уравнений (или систем уравнений). Этот процесс называют математизацию ситуации. Когда составлено уравнение или система уравнений, мы абстрагируемся от условия и решаем конкретное уравнение (систему уравнений). После этого сопоставляем решение с условием задачи. Проверку надо делать по условию задачи, а не по уравнению (или систему уравнений).

Рекомендуем делать проверку во всех задачах, где мы не сделали (для экономии места). Заметим, что многие геометрические задачи можно рассматривать как текстовые задачи, в решении которых, применяют геометрические теоремы.

Задача 1. По плану тракторная бригада должна была вспахать поле за 14 дней. Поскольку бригада каждый день вспахивала на 5 га больше, чем было намечено по плану, она закончила работу за 12 дней. Сколько га в день было вспахано? Найти площадь поля.

Решение. Пусть x - количество га, которые бригада должна была вспахать ежедневно по плану. После увеличения производительности труда 1 бригада вспахала ежедневно $x + 5$ га. Согласно с условиями составляем уравнение $14 \cdot x = 12(x + 5)$, откуда $x = 30$ га. Итак, бригада за 1 день вспахала 35 га. Площадь поля равняется $12 \cdot 35 = 420$ га.

Ответ: 35 га, 420 га.

2. Масса туриста с чемоданом в 6 раз больше массы чемодана.

Определить массу туриста и массу чемодана отдельно, если сумма масс трех чемодана и массы туриста равна 120 кг (чемоданы имеют одинаковую массу).

Решение. Обозначим через x массу чемодана. Тогда масса туриста $6x - x = 5x$. Дальше по условию имеем $3x + 5x = 120$, откуда $x = 15$ кг. Турист имеет массу $5x = 75$ кг.

Ответ: 75 кг, 15 кг.

3. Есть монеты достоинством 25 и 10 к. Сколькими способами можно разменять 1 грн с помощью этих монет?

Решение. Пусть монет достоинством 25 к. было x , а стоимостью 10 к. - y . Составляем уравнение $25x + 10y = 100$, или $5x + 2y = 20$.

Откуда $y = \frac{20 - 5x}{2} = 10 - 2x - \frac{x}{2}$. Поскольку y – целое число, то и $\frac{x}{2}$

должно быть целым числом. Значит, $\frac{x}{2} = k$ и $x = 2k$. Теперь находим

$y = 10 - 5k$. Получаем систему $\begin{cases} x = 2k, \\ y = 10 - 5k. \end{cases}$

Поскольку x и y – неотрицательные числа, получаем систему $\begin{cases} k \geq 0, \\ 10 - 5k \geq 0, \end{cases}$

Откуда $0 \leq k \leq 2$. Имеем $k \in \{0, 1, 2\}$.

Таким образом, имеем три случая: 1) десять монет по 10 к., когда $k = 0$; 2) две монеты по 25 к. и пять монет по 10 к., когда $k = 1$; 3) четыре монеты по 25 к., когда $k = 2$.

Ответ: 1) десять монет по 10 к.; 2) две монеты по 25 к. и пять монет по 10 к.; 3) четыре монеты по 25 к.

Задачи на движение.

Обычно система уравнений, что составляется на основе условия задачи на движение, содержит уравнения с механики, которые связывают физические величины пути, скорости, времени и т.д.. При решении задач на движение принимают некоторые договоренности.

1) Движение на отдельных участках равномерное и определяется формулой.

2) Если тело движется по течению реки, то его скорость состоит из скорости в стоячей воде и скорости течения.

Плот движется со скоростью течения реки. К задачам на движение относятся также задачи, в которых речь идет о заполнении или опорожнении некоторого резервуара, и задачи на выполнение определенной работы!

В таких случаях работа играет роль расстояния, а производительность работников аналогичные скоростям. В ряде случаев помогает рисунок, способствует лучшему пониманию условия.

Задачи на составление линейных уравнений или систем

4. В одном элеваторе было зерна в 2 раза больше, чем в другом. Из первого элеватора вывезли 750 *т* зерна, а во второй элеватор привезли 350 *т*, после чего в обоих элеваторах зерна стало поровну. Сколько тонн зерна было первоначально в каждом элеваторе?

5. На одном складе имеется угля в 2 раза больше, чем на другом. Если на первый склад привезти ещё 8 *т* угля, а на второй склад 14,5 *т*, то на обоих складах будет угля поровну. Сколько тонн угля было на каждом складе первоначально?

6. В одном баке было бензина вдвое больше, чем в другом. Если перелить из первого бака во второй 25 *л* бензина, то в каждом баке будет бензина поровну. Сколько литров бензина было в каждом баке первоначально?

7. В одном мешке было 60 *кг* сахара, а в другом 80 *кг*. Из второго мешка взяли сахара в 3 раза больше, чем из первого, и тогда в первом осталось вдвое больше сахара, чем во втором мешке. Сколько килограммов сахара взяли из каждого мешка?

8. На одном складе 185 *т* угля, на другом 237 *т*. Первый склад стал отпускать ежедневно по 15 *т* угля, а второй по 18 *т*. Через сколько дней на втором складе будет угля в полтора раза больше, чем на первом?

9. В одном овощехранилище 21 *т* картофеля, а в другом 18 *т*. В первое овощехранилище подвозили ежедневно по 9 *т* картофеля, а во второе по 12 *т*. Через сколько дней в первом овощехранилище картофеля будет в 1,2 раза меньше, чем во втором?

10. В колхозе отвели два смежных участка для посадки овощей, причём первый участок был в 4 раза больше второго. Если отделить от первого участка 10 *га* и присоединить их ко второму, то второй участок будет составлять $\frac{2}{3}$ оставшейся части первого участка. Определить площадь каждого участка.

11. Для откачивания воды из шахты поставлены три насоса. Первый насос, действуя один, может выкачать воду за 12 час., второй за 15 час. и третий за 20 час. Первые три часа действовали первый и третий насосы, а затем к ним был присоединён и второй насос. Сколько всего времени потребовалось для откачивания воды из шахты?

12. Зрительный зал освещается 100 электрическими лампочками. Горение одной большой лампочки обходится в течение вечера в 15 коп., а малой лампочки в 10 коп. Сколько было больших лампочек и сколько малых, если общая стоимость освещения зала в течение вечера равна 13 руб. 50 коп.?

13. Пассажир, ехавший в поезде со скоростью 40 км в час, заметил, что встречный поезд прошёл мимо него за 3 сек. Определить скорость встречного поезда, если известно, что длина его 75 м.

14. Колонна демонстрантов движется по улице со скоростью 3 км в час. Велосипедист, двигаясь навстречу колонне со скоростью 15 км в час, употребил 2 мин. для того, чтобы проехать от начала до конца колонны. Определить длину колонны демонстрантов.

15. В 4 часа 30 мин. из города *A* в город *B* вылетел самолёт со скоростью 250 км в час. Сделав в городе *B* посадку на 30 мин., самолёт возвратился обратно в город *A* в 11 час. 45 мин., пролетая 200 км в час. Найти расстояние от города *A* до города *B*.

16. Число десятков двузначного числа втрое больше числа единиц. Если цифры этого числа переставить, то получится число, меньшее искомого на 36 единиц. Найти число.

17. Сумма цифр двузначного числа равна 11. Если к этому числу прибавить 63, то получится число, обозначенное теми же цифрами, но написанными в обратном порядке. Найти число.

18. Сумма цифр двузначного числа равна 12. Если цифры этого числа переставить, то получится число, большее искомого на 18. Найти число.

Составление уравнений с буквенными коэффициентами.

Решить в общем виде задачи на составление уравнений с буквенными коэффициентами и вычислить по найденной формуле числовое значение неизвестного, давая буквам числовые значения, допустимые по условию и смыслу задачи.

1. На m рублей куплено d килограммов кофе двух сортов по a рублей и по b рублей за килограмм. Сколько килограммов кофе каждого сорта куплено?

2. Бидон с керосином весит p килограммов; после того как из него взяли половину керосина, он стал весить q килограммов. Найдти вес бидона без керосина.

3. В одном сарае в k раз больше сена, чем в другом. Из первого сарая взяли a тонн сена, а во второй добавили b тонн, после чего в обоих сараях стало сена поровну. Сколько тонн сена было первоначально в каждом сарае?

4. В двух элеваторах ссыпано p тонн зерна. Из первого элеватора ежедневно берут по a тонн зерна, из второго — по b тонн. Через t дней в обоих элеваторах осталось зерна поровну. Сколько тонн зерна было ссыпано отдельно в каждый элеватор?

5. Окружность переднего колеса трактора k метров, окружность заднего l метров. На каком расстоянии переднее колесо сделает на n оборотов больше, чем заднее?

6. Для выполнения плана тракторист должен ежедневно пахать по a гектаров. Перевыполняя норму на b гектаров в день, тракторист закончил работу на t дней раньше срока и успел вспахать за это время m гектаров сверх плана. Сколько гектаров пашни должен был вспахать тракторист по плану?

7. С аэродрома одновременно вылетели в город A по одному и тому же направлению два самолёта. Первый самолёт летел со скоростью v км в час, а скорость второго самолёта была на d км в час меньше. Определить расстояние от аэродрома до города A , если известно, что второй самолёт прибыл туда на t часов позже, чем первый.

8. Из города A в город B выехала грузовая машина со скоростью v км в час. Через t часов из города B навстречу ей по тому же шоссе вышел легковой автомобиль со скоростью на m км в час больше, чем скорость грузовой машины. Через сколько часов после своего выезда легковой автомобиль встретит грузовую машину, если расстояние между этими городами равно d километрам?

9. Два поезда вышли одновременно навстречу друг другу со станций A и B . Первый поезд проходил в час v километров, а второй v_1 километров. Через t часов, но ещё до их встречи, расстояние между поездами было равно s километрам. Определить длину железной дороги между станциями A и B .

10. Из города A со скоростью v км в час выехал велосипедист. Через t часов вслед за ним из этого города отправился мотоциклист со скоростью v_1 км в час. Через сколько часов и на каком расстоянии от города A мотоциклист догонит велосипедиста ($v_1 > v$)?

11. Для технических целей взяли a литров серной кислоты концентрации в $p\%$ и добавили к ней b литров воды. Определить процентную концентрацию получившегося раствора.

12. Сколько литров воды надо добавить к a литрам спирта крепостью в p градусов, чтобы получить спирт крепостью в q градусов?

Задачи на составления систем линейных уравнений

1. 5 кг антрацита и 4 кг кокса дают при сжигании 68 400 больших калорий; 10 кг антрацита и 15 кг кокса дают 186 500 больших калорий. Сколько больших калорий даёт отдельно 1 кг антрацита и 1 кг кокса?
2. На прокормление 8 лошадей и 15 коров отпускали ежедневно 162 кг сена. Сколько сена ежедневно выдавали каждой лошади и каждой корове, если известно, что 5 лошадей получали сена на 3 кг больше, чем 7 коров?
3. Два мастера получили за работу 1170 руб. Первый работал 15 дней, а второй 14 дней. Сколько получал в день каждый из них, если известно, что первый мастер за 4 дня получил на 110 руб. больше, чем второй за 3 дня?
4. Состав пассажирского поезда, состоящего из паровоза и 15 вагонов, весит 370,5 т, причём вес паровоза на 13,3 т больше веса 4 вагонов. Найти вес одного вагона и вес паровоза.
5. На платформу были погружены дубовые и сосновые шпалы, всего 300 шпал. Известно, что все дубовые шпалы весили на 1 т меньше, чем все сосновые. Определить, сколько было дубовых и сосновых шпал отдельно, если каждая дубовая шпала весила 46 кг, а каждая сосновая 28 кг.
6. Для отправки груза было подано несколько вагонов. Если грузить по 15,5 т в вагон, то 4 т груза останутся непогруженными; если же грузить по 16,5 т в вагон, то для полной загрузки вагонов не хватит 8 т груза. Сколько было подано вагонов и сколько тонн было груза?
7. Несколько человек отправляются в экскурсию. Если при этом каждый внесёт на расходы по 12 руб. 50 коп., то для оплаты расходов не хватит 100 руб.; если же каждый внесёт по 16 руб., то останется излишек 12 руб. Сколько человек участвует в экскурсии?
8. В школьном зале поставлены скамейки. Если на каждую скамью посадить по 5 учеников, то не хватит 8 скамеек; если же на каждую скамью посадить по 6 учеников, то 2 скамьи останутся свободными. Сколько скамеек было поставлено в зале?

9. В двузначном числе число единиц в 4 раза меньше числа десятков. Если от этого двузначного числа

10. Периметр прямоугольника равен 60 см, а разность неравных сторон его равна 20 см. Найти стороны прямоугольника.

11. Наибольшее расстояние между точками двух concentрических окружностей равно 18 см, наименьшее расстояние равно 10 см. Найти радиусы этих окружностей.

12. В треугольнике один из углов равен 40° , а разность двух других углов равна 18° . Найти величину каждого угла треугольника.

13. По преданию, чешская народоправительница Любуша решила выйти замуж за того из женихов, который решит следующую задачу: «Сколько слив было в корзине, из которой она дала первому жениху половину всех имевшихся в ней слив и ещё одну, второму половину остатка и ещё одну, третьему половину нового остатка и ещё 3 сливы, после чего в корзине ничего не осталось?»

Задачи на составление квадратных уравнений.

1. Произведение двух чисел, из которых одно на 8 больше другого, равно 240. Найти эти числа.

2. Произведение двух чисел равно (-150) , а сумма их равна 5. Найти эти числа.

3. Разложить число 270 на два множителя так, чтобы сумма их была равна 33.

4. Сумма квадратов двух чисел, из которых одно на 3 больше другого, равна 89. Найти эти числа.

5. Огородный участок, имеющий форму прямоугольника, одна сторона которого на 10 м больше другой, требуется обнести изгородью. Определить длину изгороди, если известно, что площадь участка равна 1200 м^2 .

6. Высота прямоугольника составляет 75% его основания. Найти периметр этого прямоугольника, зная, что площадь прямоугольника равна 48 м^2 .

7. От нити, равной периметру некоторого квадрата, отрезано с одного конца 36 см. Укороченная таким образом нить представляет периметр другого квадрата, площадь которого в $2\frac{1}{4}$ раза меньше площади первого. Определить первоначальную длину нити.

8. От листа жести, имеющего форму квадрата, отрезали полосу шириной в 3 см, после чего площадь оставшейся части листа стала равна 10 см^2 . Определить первоначальные размеры листа жести.

9. Куплено товара двух сортов: первого на 210 руб., второго на 156 руб. Первого сорта куплено на 3 кг больше, чем второго, и цена его за килограмм на рубль дороже. Сколько килограммов товара каждого сорта было куплено?

10. Куплено товара двух сортов: первого сорта на 320 руб., второго сорта на 240 руб. Второго сорта куплено на 4 кг больше, чем первого, но стоит он восьмью рублями за килограмм дешевле. Сколько куплено килограммов товара каждого сорта?

11. Я прочёл книгу в 480 страниц, читая каждый день поровну. Если бы я читал каждый день на 16 страниц больше, то прочёл бы книгу на пять дней раньше. Сколько дней читал я книгу?

12. Отпущено 3120 руб. на приобретение обуви для воспитанников детского дома. При покупке оказалось, что пара обуви на 5 руб. подешевела, а потому на ту же сумму можно было купить на 4 пары больше. Сколько пар обуви предполагалось купить первоначально?

13. Несколько человек должны были заплатить поровну 240 руб. Во время платежа двое из них были в отсутствии, а потому остальные внесли за них деньги, прибавляя к своим частям по 4 руб. Сколько лиц участвовало в платеже?

14. Мой огород занимает площадь в 280 м^2 , огород моего соседа — площадь в 330 м^2 . Мы начали копать одновременно: сосед копал ежедневно на 10 м^2 больше, чем я, но я кончил копать на полдня раньше. Какую площадь вскапывали ежедневно я и мой сосед?

15. Два автомобиля выезжают из одного города в другой. Скорость первого на 10 км в час больше скорости второго, и поэтому первый автомобиль приезжает на место на 1 час раньше второго. Определить скорость того и другого автомобиля, если известно, что расстояние между городами 560 км.

16. С аэродрома вылетают одновременно в пункт, отстоящий от него на 1600 км, два самолёта. Скорость одного из них на 80 км в час больше скорости другого, а потому он прилетает к месту назначения на час раньше. Найти скорость каждого самолёта.

17. Два велосипедиста выезжают одновременно из колхоза в город, находящийся от них на расстоянии 56 км. Второй велосипедист отстаёт от первого каждый час на 2 км, а потому приезжает в город на 30 мин. позже, чем первый. Определить скорость каждого велосипедиста.

18. Расстояние между двумя станциями железной дороги равно 150 км. Скорый поезд проходит это расстояние на 45 мин. скорее, чем пассажирский. Определить скорость каждого поезда, если известно, что пассажирский поезд проходит в час на 10 км меньше скорого поезда.

19. Сумма квадратов трёх последовательных нечётных чисел равна 155. Найти эти числа.

20. Знаменатель дроби на 3 больше её числителя; если сложить эту дробь с обратной ей дробью, то сумма будет равна 2,9. Найти эту дробь.

21. Числитель дроби на 2 меньше её знаменателя; если сложить эту дробь с обратной ей дробью, то в сумме получится $2\frac{4}{15}$. Найти эту дробь.

22. Сумма квадратов двух последовательных целых чисел на 29 больше утроенного меньшего числа. Найти эти числа.

23. На какое число надо разделить 73, чтобы частное было на 3 больше делителя, а остаток на 4 меньше делителя?

24. Ученик, перемножая два положительных числа, из которых множимое было на 94 больше множителя, ошибся, уменьшив в произведении цифру десятков на 4; вследствие этого, разделив полученное произведение на множитель, он получил в частном 139, а в остатке 6. Какие числа перемножал ученик?

25. Ученик, перемножая два положительных числа, из которых одно на 195 больше другого, ошибся, уменьшив в произведении цифру сотен на 3; вследствие этого, разделив полученное произведение на меньший из сомножителей, он получил в частном 430, а в остатке 174. Какие числа перемножал ученик?

26. Некоторое двузначное число, умноженное на сумму его цифр, даёт 1666; найти это число, зная, что цифра его десятков на единицу превосходит цифру простых единиц.

27. Некоторое двузначное число, умноженное на сумму его цифр, даёт 814; найти это число, зная, что цифра его десятков превосходит на 3 цифру простых единиц.

28. Сумма цифр двузначного числа равна 8. Произведение этого числа на число, полученное путём перестановки его цифр, равно 1855. Найти это число.

29. На расстоянии 240 м переднее колесо экипажа сделало на 20 оборотов более заднего колеса, длина окружности которого на 1 м больше окружности переднего колеса. Найти длину окружности каждого колеса.

30. Длина окружности заднего колеса экипажа в 2 раза больше длины окружности переднего. Если окружность переднего колеса увеличить на 5 дм, а окружность заднего уменьшить на 5 дм, то на расстоянии 150 м переднее колесо сделало бы на 15 оборотов больше заднего. Найти длину окружности каждого колеса.

31. Двум бригадам учащихся была поручена работа по озеленению пришкольного участка. Работая вместе, они смогли бы выполнить работу в 6 дней. Одна из бригад, работая отдельно, может выполнить эту работу на 5 дней скорее второй.

Во сколько дней каждая бригада сможет выполнить эту работу отдельно?

32. Водонапорный бак наполняется двумя трубами за 2 часа 55 мин. Первая труба может наполнить его на 2 часа скорее, чем вторая. Во сколько времени каждая труба, действуя отдельно, может наполнить бак?

33. Две молотилки обмолачивают собранную пшеницу в 4 дня. Если бы одна из них обмолотила половину всей пшеницы, а затем вторая остальную часть, то вся работа была бы окончена в 9 дней. Во сколько дней каждая молотилка в отдельности могла бы обмолотить всю пшеницу?

34. Двое рабочих, выполняя определённое задание вместе, могли бы закончить его в 12 дней. Если сначала будет работать только один из них, а когда он выполнит половину всей работы, его сменит второй рабочий, то всё задание будет закончено в 25 дней. Во сколько дней каждый рабочий в отдельности может выполнить всё задание?

35. Два каменщика, из которых второй начинает работу $1\frac{1}{2}$ днями позже первого, могут выложить стену в 7 дней.

Во сколько дней каждый из них отдельно мог бы выложить эту стену, если известно, что второй каменщик может выполнить эту работу на 3 дня скорее, чем первый?

36. В бассейн проведены две трубы, причём одной первой трубой он наполняется на 15 час. скорее, чем одной второй. После того как первая труба действовала 10 час., её закрыли и открыли одну вторую, которая наполнила остальную часть бассейна в 30 час. Во сколько часов каждая труба, действуя отдельно, может наполнить пустой бассейн?

37. В бассейн проведены две трубы. Через одну вторую трубу бассейн наполняется на 3 часа скорее, чем через одну первую трубу. Вода поступала в продолжение $5\frac{3}{4}$ часа через первую трубу, затем открыли и вторую трубу, и через 10 час. после этого бассейн наполнился. Во сколько часов наполняет бассейн каждая труба отдельно?

38. В ванне имеются два крана. Через первый кран вода вливается, через второй вытекает. Если открыть оба крана, то наполненная ванна опорожнится в 24 мин. Во сколько минут может наполниться пустая ванна, если открыть только первый кран и если известно, что через второй кран наполненная ванна опорожнится на 2 мин. скорее, чем пустая ванна наполнится через первый кран?

39. Пароход прошёл по течению реки 48 км и столько же против течения и употребил на весь путь 5 час. Определить скорость парохода в стоячей воде, если считать скорость течения реки 4 км в час.

40. Расстояние между двумя пристанями по реке равно 80 км. Пароход проходит этот путь туда и обратно за 8 час. 20 мин. Определить скорость парохода в стоячей воде, считая скорость течения реки равной 4 км в час.

41. Лодка против течения прошла $22\frac{1}{2}$ км и по течению $28\frac{1}{2}$ км, затратив на весь путь 8 час. Скорость течения реки $2\frac{1}{2}$ км в час. Определить скорость движения лодки в стоячей воде.

42. Моторная лодка, обладающая скоростью 20 км в час, прошла расстояние между двумя пунктами туда и обратно, не останавливаясь, за 6 час. 15 мин. Расстояние между пунктами 60 км. Какова скорость течения реки?

43. Из двух городов, расстояние между которыми 900 км, отправляются навстречу друг другу два поезда и встречаются на середине пути. Определить скорость каждого поезда, если первый вышел на 1 час позднее второго и со скоростью на 5 км в час большей, чем скорость второго поезда.

44. Два поезда выходят из двух городов, расстояние между которыми равно 360 км, и идут навстречу друг другу. Они могут встретиться на середине пути, если второй поезд выйдет со станции на 1,5 часа раньше первого. Если же они выйдут со станции одновременно, то через 5 час. расстояние между ними будет равно 90 км. Найти скорость каждого поезда.

45. Два автомобиля вышли одновременно из городов *A* и *B* навстречу друг другу. Через час автомобили встретились и, не останавливаясь, продолжали путь с той же скоростью. Первый прибыл в *B* на 27 мин. позже, чем второй прибыл в *A*. Определить скорость каждого автомобиля, если известно, что расстояние между городами 90 км.

46. Два велосипедиста выезжают одновременно навстречу друг другу из пунктов *A* и *B*, расстояние между которыми 28 км, и через час встречаются. Не останавливаясь, они продолжают путь с той же скоростью, и первый прибывает в пункт *B* на 35 мин. скорее, чем второй в пункт *A*. Определить скорость каждого велосипедиста.

47. Из двух пунктов *A* и *B*, расстояние между которыми 24 км, отправлены в одно и то же время два автомобиля навстречу друг другу. После их встречи автомобиль, вышедший из *A*, приходит в *B* через 16 мин., а другой автомобиль приходит в *A* через 4 мин. Определить скорость каждого автомобиля.

48. С двух аэродромов вылетают одновременно навстречу друг другу дирижабль и учебный самолёт. К моменту встречи дирижабль прошёл на 100 км меньше самолёта. Остальной путь самолёт покрывает в 1 час. 20 мин., а дирижабль в 3 часа. Найти расстояние между аэродромами и скорость самолёта и дирижабля.

49. Два туриста выходят одновременно навстречу друг другу из двух мест: A и B . При встрече оказывается, что первый прошёл на 4 км меньше второго. Продолжая движение с той же скоростью, первый приходит в B через 4 часа 48 мин. после встречи, а второй приходит в A через 3 часа 20 мин. после встречи. Найти расстояние от A до B .

50. Два пешехода идут друг другу навстречу: один из пункта A , другой из B . Первый выходит из A на 6 час. позже, чем второй из B , и при встрече оказывается, что он прошёл на 12 км меньше второго. Продолжая после встречи дальнейший путь с той же скоростью, первый приходит в B через 8 час., а второй в A через 9 час. Определить расстояние от A до B и скорость каждого пешехода.

51. Поезд был задержан в пути на 6 мин. и ликвидировал опоздание на перегоне в 20 км, пройдя его со скоростью, на 10 км в час большей той, которая полагалась по расписанию. Определить скорость поезда на этом перегоне по расписанию.

52. На середине пути между станциями A и B поезд был задержан на 10 мин. Чтобы прийти в B по расписанию, машинисту пришлось первоначальную скорость поезда увеличить на 6 км в час. Найти первоначальную скорость поезда, если известно, что расстояние между станциями равно 60 км.

53. Паровоз, пройдя первый перегон в 24 км, был задержан некоторое время, а потому следующий перегон проходил со скоростью, большей прежней на 4 км в час. Несмотря на то, что второй перегон был длиннее первого на 15 км, паровоз прошёл его за время, только на 20 мин. большее, чем потребовалось на прохождение первого перегона. Определить первоначальную скорость паровоза.

54. Поезд должен был пройти 840 км. В середине пути он был задержан на 30 мин. и поэтому, чтобы прибыть вовремя, он должен был увеличить скорость на 2 км в час. Определить первоначальную скорость паровоза.

55. Поезд должен был пройти 840 км. В середине пути он был задержан на 30 мин. и поэтому, чтобы прибыть вовремя, он должен был увеличить скорость на 2 км в час. Сколько времени поезд затратил на весь путь?

56. Лётчик должен пролететь 1800 км. Пролетев 1050 км, лётчик сделал вынужденную посадку на 1 час 30 мин., после чего полетел со скоростью, на 50 км в час меньшей, чем раньше. Найти первоначальную скорость самолёта, если известно, что он прибыл на место назначения через 7 час. с начала полёта.

Задачи разные

1. Две мухи соревнуются в беге. Они бегут от потолка к полу и обратно. Первая муха бежит в обе стороны с одинаковой скоростью. Вторая бежит вниз вдвое быстрее первой, а вверх вдвое медленнее первой. Какая из них победит?
2. Дедушке 56 лет, а его внучке 14. Через сколько лет дедушка будет вдвое старше внучки?
3. Трое хотят попасть из города А в деревню Б за кратчайшее время. Расстояние от А до Б – 30 км. У них есть 2 велосипеда. На велосипеде вдвоем или втроем ехать нельзя. Скорость их на велосипеде 15 км/ч, а пешком 5 км/ч. За какое время они могут попасть в Б?
4. Двое путников одновременно вышли из пункта А в пункт В. Первый половину времени, затраченного им на переход, шел со скоростью 5 км/час, а затем пошел со скоростью 4 км/час. Второй же первую половину пути прошел со скоростью 4 км/час, а затем пошел со скоростью 5 км/час. Кто из них раньше пришел в пункт В?
5. Навстречу друг другу летят 2 мухи. Одна со скоростью 2 м/с, другая – 3 м/с. Какое расстояние будет между ними, через 24 сек, если вначале оно было 60 м?
6. Возраст Старика Хоттабыча записывается четырёхзначным числом с разными цифрами. Об этом числе известно следующее: – если зачеркнуть первую и последнюю цифры то получим наибольшее из двухзначных чисел, сумма цифр которых равняется 13; – первая цифра больше последней в 4 раза. Сколько лет Старика Хоттабычу?
7. «Четырёхзначный номер автомашины моего брата легко запомнить»,— сказал Дима своему другу. — «Номер симметричен, а сумма его цифр совпадает с числом, образуемым первыми двумя цифрами». Какой номер автомашины у брата Димы?
8. Двое очистили 460 штук картофелин. Один очищал 3 штуки в минуту, другой - две. Второй работал на 30 минут больше первого. Сколько времени работал каждый?
9. Трое очистили 590 штук картофелин. Один очищал 5 штук в минуту, другой 4 штуки, третий – 3 штуки. Второй работал на 20 минут больше чем первый, а третий на 10 минут больше, чем второй. Сколько времени работал каждый?
10. Сестра предложила брату: “Пробежишь вокруг школы и тогда деньги, которые у тебя есть, я утрою. Но после каждого круга ты будешь отсчитывать мне удвоенную сумму от той, которая у тебя есть сейчас” – “Получу втрое, а отдам вдвое”, - подумал брат и охотно согласился. Стремясь получить побольше денег, он обежал школу 20 раз и, обессиленный, упал. “Давай рассчитывать”, - с трудом

произнёс брат. Сколько денег получит брат от сестры?

11. Известна пословица: “Семь раз отмерь, – один раз отрежь”. Сколько раз отрезали, если сто раз отмеряли?

12. 1) Из книги выпало несколько листов. Первая страница выпавших листов имеет номер 213, а номер их последней страницы изображается теми же цифрами, но в ином порядке. Сколько листов выпало из книги?

13. Из книги выпали листы, соединённые вместе. Первая страница имеет номер 365. Номер последней состоит из тех же цифр, но записанных в другом порядке. Сколько листов выпало?

14. При покупке 5 музыкальных дисков у детей останется 80 гривен, а при покупке 8 дисков 4 гривны не хватит. Сколько стоит один музыкальный диск?

15. Охотник вышел из лесу и направился к дому со скоростью 5 км/ч. Навстречу собака со скоростью 20 км/ч. Добежала до охотника и обратно домой, потом снова к охотнику и снова домой. Сколько км набежит собака, пока охотник придёт домой, если расстояние от леса до дома 10 км?

16. Если бы Петя купил 4 “жвачки”, то у него осталось бы 80 копеек, а если бы захотел купить 8 “жвачек”, то ему не хватило бы 40 копеек. Сколько денег у Пети?

17. За 5 часов велосипедист проехал на 8 км меньше половины, а за 7 часов на 16 км больше половины расстояния. С какой скоростью он ехал?

18. Волк погнался за зайцем, когда между ними было 60 м. Через 3 секунды расстояние стало 51 м. За сколько секунд волк догонит зайца?

19. Имеются брёвна длиной 4 м и 5 м, одинаковой толщины. Бревно перепиливается за 1 минуту. Какие брёвна надо пилить, чтобы получить 20 брёвен длиной 1 м, затратив меньше времени на распил?

20. Посмотрев на спидометр, шофер заметил, что количество километров, пройденных машиной, выражается симметричным числом 15951. Ровно через два часа на спидометре вновь появилось симметричное число. С какой скоростью вел машину шофер?

21. Сколько потребуются времени, чтобы поезд, длина которого 0,5 км, идущий со скоростью 60 км в час, прошёл туннель длиной 0,5 км?

22. Если от задуманного трёхзначного числа отнять 7, то оно разделится на 7; а если отнять 8, то оно разделится на 8; а если отнять 9, то оно разделится на 9. Какое число задумано?

- 23.** Муравьишка был в гостях в соседнем муравейнике. Туда он шёл пешком, а обратно ехал. Первую половину пути он ехал на гусенице, - ехал в 2 раза медленнее, чем шёл пешком. А вторую половину пути он ехал на Кузнечике, а ехал он в 5 раз быстрее, чем шёл пешком. На какой путь Муравьишка затратил времени меньше: в гости или обратно.
- 24.** Я втрое моложе папы, но зато втрое старше брата Серёжи - сказал Ваня. А маленький Серёжа объяснил, что папа старше его на 40 лет. Сколько лет Ване?
- 25.** На 200 лошадей имелся шестидневный запас сена. 50 лошадей продали. На сколько дней хватит оставшимся лошадям этого сена?
- 26.** Железный дровосек махнёт топором налево, - 3 дерева упадут, махнёт направо - 2 дерева падают. Раз налево, два раза направо. Сколько взмахов сделал дровосек, если срубил 150 деревьев?
- 27.** У кота Базилио на 6 золотых больше, чем Лисы Алисы. Буратино дал каждому из них по 4 золотых. У Базилио стало в два раза больше, чем у Алисы. Сколько денег было вначале у Базилио?
- 28.** Какая цифра будет на предпоследнем месте, если перемножить числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9?
- 29.** В двух бутылках 64 л вишневого сока. Когда из одной бутылки перелили в другую 12 л, а затем из второй перелили в первую 16 л, в бутылках стало поровну. На сколько больше было в одной из бутылей?
- 30.** У бабушки спросили возраст. Он ответил, что если не считать субботы и воскресенья, то ему 55 лет. Сколько ему лет на самом деле?
- 31.** Пес Тузик на 12 кг тяжелее кота Барсика, а Барсик вчетверо легче Тузика. Сколько весит Барсик?
- 32.** У Милы вчетверо больше кукол, чем у Лены, а у нее на 12 кукол меньше, чем у Милы. Сколько кукол у Милы?
- 33.** Найти число, которое при делении на 2 дает в остатке 1, при делении на 3 дает в остатке 2, при делении на 4 дает в остатке 3, при делении на 5 дает в остатке 4.
- 34.** Какие 4 цифры нужно вычеркнуть из числа 4921508, чтобы получить наименьшее трёхзначное число.
- 35.** 10 учеников имеют различный рост. При построении по росту оказалось, что 3 человека выше Васи, а 4 человека ниже Пети. Сколько учеников выше Пети, но ниже Васи?
- 36.** 15 учеников имеют различный рост. При построении по росту оказалось, что 7 человека выше Васи, а 10 человек ниже Пети. Сколько учеников выше Васи, но ниже Пети?
- 37.** 25 учеников имеют различный рост. При построении по росту оказалось, что 20 человек выше Васи, а 3 человека ниже Пети. Сколько учеников выше Пети, но ниже Васи?
- 38.** Как от куска материи в $\frac{2}{3}$ метра отрезать полметра, не имея под руками метра?

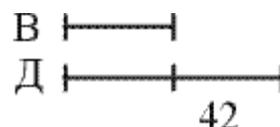
- 39.** Каково четырёхзначное число, в котором первая цифра - треть второй, третья - сумма первых двух, и последняя утроенная вторая
- 40.** Если Винни - Пух расставит на полках горшки с вареньем по 3 на каждую полку, то один горшок останется. Если расставит по 4, то снова один горшок останется. Какое наименьшее число горшков у него может быть?
- 41.** У утки есть две лапки. У утки, подогнувшей одну лапку, видна только одна лапка. У сидящей утки не видно ни одной лапки. Когда Роман пришел на берег озера, там было 33 утки.
Он посчитал все лапки, которые были видны. У него получилось 32 лапки. Сколько было уток, подогнувших одну лапку, если сидящих уток было вдвое меньше количества одно- и двуногих уток, взятых вместе
- 42.** Из книги выпал кусок, первая страница которого имеет номер 23, а номер последней записывается теми же цифрами в каком-то другом порядке. Сколько страниц в выпавшем куске?
- 43.** Магазин получил со склада 1000 линеек. Одни из них имеют длину 20 см, а другие 30 см. Общая длина линеек 220 м. Сколько 20-сантиметровых линеек получил магазин?

ОТВЕТЫ И РЕШЕНИЯ

ЗАДАЧИ РАЗНЫЕ

1. Пока первая муха достигнет середины стены, вторая будет уже на полу. На обратном пути вторая муха пробежит четверть стены, пока первая достигнет пола. Первой останется бежать вверх целую стену, а второй – три четверти стены. Но скорость первой мухи теперь в два раза больше, и она успевает к цели раньше.

2. **Через 28 лет.** С годами меняется возраст дедушки и внучки, но не меняется разность их возрастов. Дедушка всегда будет старше внучки на $56 - 14 = 42$ года. Значит, можно нарисовать их возрасты в интересующий нас момент двумя отрезками, один из которых больше другого на 42 и в то же время в 2 раза:

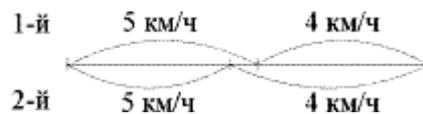


Из рисунка сразу следует, что в тот момент дедушке будет 84 года, а внучке 42 года. Осталось выяснить, через сколько лет это произойдет. Для этого достаточно вычесть из 84 лет нынешний возраст дедушки или из 42 нынешний возраст внучки.

3. Важно поровну распределить время движения на двух велосипедах между тремя людьми, чтобы никто не отстал от остальных. Этого можно добиться, если первый и второй сядут на велосипеды, а третий пойдет пешком. Проехав $1/3$ пути, первый должен сойти с велосипеда, оставить его на дороге и продолжить путь пешком. Второй должен проехать $2/3$ пути, сойти с велосипеда, оставить его на дороге и продолжить путь пешком. Третий, дойдя до велосипеда, оставленного первым, садится на него и едет до пункта Б. Первый, пройдя $1/3$ пути пешком, дойдет до велосипеда, оставленного вторым, сядет на него и доедет до Б. В результате, каждый пройдет 10 км пешком, а 20 км проедет на велосипеде.

Ответ: За 3 часа 20 мин.

4. Для обоих путников одинаково пройденное расстояние. Первый половину времени шел со скоростью 5 км/ч, а значит, он с большей скоростью прошел больше половины пути. Второму же ровно половину пути прошел с большей скоростью, значит, первый потратил времени меньше.



Ответ: Первый.

5. **60 м.** За 1 с мухи пролетят расстояние в 5 м. За 12 с – 60 м, т.е. встретятся и 12 с будут лететь в разные стороны. За это время расстояние между ними станет снова 60 м.

6. 8942.

7. 1881 (номер имеет вид $abba$, тогда $2a+2b=10a+b$, откуда $b=8a$).

8. 69. За 30 минут работы второй очистил $2 \times 30 = 60$ штук. Узнаем, сколько картофеля оба очистили за одинаковое время. $460 - 60 = 400$ (штук). Но, работая вместе, за минуту они очищали $2 + 3 = 5$ картофелин. При этом каждый работал $400 : 5 = 80$ минут. Получили производительность первого, второй работал $80 + 30 = 110$ минут. Проверка. $80 \times 3 + 110 \times 2 = 660$ штук.

9. За 20 минут работы второй очистил $2 \times 20 = 40$ штук. За 30 минут работы $(20 + 10)$ третий очистил $3 \times 30 = 90$ штук. Узнаем, сколько картофеля очистили трое, за одинаковое время. $590 - 40 - 90 = 460$ (штук). $5 + 4 + 3 = 12$ штук очищали за минуту трое, работая вместе.

$460 : 12 = 38 \frac{1}{3}$ минут работал первый. $38 \frac{1}{3} + 20 = 58 \frac{1}{3}$ минут работал второй. $58 \frac{1}{3} + 10 = 68 \frac{1}{3}$ минут работал третий.

Проверка. $38 \frac{1}{3} \times 5 + 58 \frac{1}{3} \times 4 + 68 \frac{1}{3} \times 3 = 590$ штук.

10. Ничего не получит. Если a – деньги брата, то после каждого круга он остаётся при «своих» деньгах: $3a - 2a = a$.

11. $100 = 7 \times 14 + 2$, значит, отрезали 14 раз.

12. Номер следующей страницы книги 313. Следовательно, число страниц выпавшей части: $313 - 213 = 100$. Выпавшая часть составляет $100 : 2 = 50$ (листов).

13. Последняя страница может иметь номер 653, 635, 536 или 563. Так как каждый лист имеет 2 страницы, то первая и последняя страница любого количества листов, должны быть разной четности. Значит, подходит только 536. От 365 до 536 будет 172 страницы (не 171), или 86 листов.

14. Три «лишних» музыкальных диска стоят $80 + 4 = 84$ гривны. Тогда 1 музыкальный диск $84 : 3 = 28$ гривен.

15. Охотник будет идти домой 2 часа. За это время собака набегает $2 \times 20 = 40$ км.

16. 4 «лишних» жвачки стоят $80 + 40 = 120$ копеек. 1 «жвачка» стоит 30 копеек. У Пети $4 \times 30 + 80 = 200$ копеек.

17. Определим расстояние, которое проехал велосипедист за 2 часа. $8 + 16 = 24$ (км). Значит, его скорость была 12 км/ч.

18. 17 секунд. За 3 сек, Волк сократил расстояние на 9 м, за 1 сек – на 3 м; 51 м он сократит, за 17 сек.

19. Одно 4-метровое бревно даёт 4 метровых бревна при трёх распилах. Чтобы получить 20 метровых брёвен, надо взять $20 : 4 = 5$ (брёвен) и сделать 15 распилов. Для этого потребуется $1 \times 15 = 15$ минут. Одно 5-метровое бревно даёт 5 метровых бревна при четырёх распилах. Чтобы получить 20 метровых брёвен, надо взять $20 : 5 = 4$ (бревна) и сделать 16 распилов. Для этого потребуется $1 \times 16 = 16$ минут. 15 мин < 16 мин, т.е. надо пилить 4-метровые бревна.

20. 55 км в час.

21. 1 мин.

22. $7 \times 8 \times 9 = 504$.

23. Муравьишка затратил меньше времени на путь в гости, чем на обратный путь. Лишь на половину пути верхом на Гусенице он потратил столько же времени, сколько на весь путь пешком, так как гусеница двигалась вдвое медленнее, чем Муравьишко шел пешком.

24. Если Серёже d : лет, тогда Ване - $3x$ лет, а папе - $9x$ лет. Получим уравнение $9x - x = 40$, откуда $x = 5$. Ответ: Ване 15 лет.

25. Одной лошади хватило бы этого сена на $6 \times 200 = 1200$ дней. Тогда 150 лошадям хватит на $1200 : 150 = 8$ дней.

26. За один цикл (раз налево, два направо) он срубает 7 деревьев. За 21 цикл - $7 \times 21 = 147$ деревьев. При этом сделает $21 \times 3 = 63$ взмаха. Следующий взмах налево даст ещё 3 дерева. $147 + 3 = 150$. Всего 64 взмаха.

27. У Базилио по-прежнему осталось на 6 золотых больше. При этом у него стало больше в 2 раза, чем у Алисы. Значит, 6 золотых составляют половину денег Базилио. Всего у него 12.

А было $12 \times 4 = 48$.

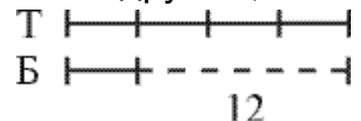
28. Числа не нужно перемножать, чтобы найти ответ. Нужно следить за последней цифрой. $2 \times 5 = 10$ дадут последнюю цифру произведения - 0. Потом 3×4 - 2-ка в конце, 2×6 - 2-ка в конце, 2×7 - 4-ка в конце; 9×8 - 2-ка в конце; 4×2 - 8-ка в конце. Итак, предпоследняя цифра 8.

29. Получается, что в результате из второй перелили в первую 4 л. Значит, в первой было на 8 литров меньше.

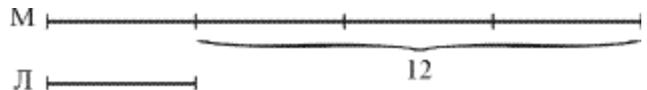
30. Не считать суббот и воскресений - это считать только 5 из 7 дней недели. Если возраст бабушки x , то 7. Откуда $x = 77$. Бабушке 77 лет

31. кг. Начертим два отрезка, один из которых вчетверо больше другого, и обозначим числом 12 их разность:

Во втором отрезке одна часть, тогда в первом отрезке четыре части, и три части равны 12 кг. Отсюда следует, что в одной части 4 кг, а в четырех частях их 16.



32. Арифметическое решение подсказывается рисунком. Сразу видно, что у Милы 16 кукол, а у Лены их 4.



33. Решение. Прибавим к искомому числу единицу. Тогда полученная сумма будет делиться без остатка и на 2, и на 3, и на 4, и на 5. Таким свойством обладает число, делящееся на 60. Поэтому полученная нами сумма равна 60, либо 120, либо 180 и т.д.

34. 4: 9; 2; 5.

35. Если всех учеников построить по росту, то Васино место под номером 7 ($10 - 3 = 7$). Место Пети будет под номером 5. Тогда между ними должен находиться только один ученик под номером 6.

36. Если всех учеников построить по росту, то Васино место-под номером 8 ($15 - 7 = 8$) Место Пети будет под номером 11. Тогда между номерами 8 и 11 должны находиться номера 9 и 10.

37. Если всех учеников построить по росту, то Васино место- под номером 5 ($25 - 20 = 5$). Место Пети будет под номером 4. Тогда между номерами Васи и Пети нет больше номеров.

38. Сложим кусок пополам и ещё раз пополам, получим кусок $2/3 : 4 = 1/6$ метра, который и надо отрезать, чтобы остаток равнялся $1/2$ м (так как $2/3 - 1/6 = 1/2$).

39. 1349.

40. Если "отбросить" один горшок, то оставшееся их число должно делиться и на 3 и на 4. Наименьшее такое число равно 12. Поэтому всего у Винни- Пуха 13 горшков.

41. Примем число сидящих уток за одну часть. Тогда одно- и двуногих уток, взятых вместе, будет две части. Всего 3 части.

Сидящих уток было $33 \text{ утки} : 3 = 11 \text{ уток}$, а одно- и двуногих уток было: $11 \text{ уток} \cdot 2 = 22 \text{ утки}$.

Если бы у каждой из 22 уток было бы по 2 лапки, Роман насчитал бы $2 \text{ лапки} \cdot 22 = 44 \text{ лапки}$.

Но Роман насчитал только 32 лапки. Это произошло потому, что некоторые из 22 уток поджали лапку.

Общее количество "поджатых" лапок : $44 \text{ лапки} - 32 \text{ лапки} = 12 \text{ лапок}$.
А так как каждая утка поджала только одну лапку, то уток, поджавших лапку было : $12 \text{ лапок} : 1 \text{ лапку} = 12 \text{ (уток)}$.

ОТВЕТ. 12 (уток).

42. 10 страниц.

43. Какова была бы общая длина линеек, если бы все они были 20-сантиметровыми?

$20 \text{ см} \times 1000 = 20000 \text{ см} = 200 \text{ м}$.

2) Какова лишняя общая длина, имеющаяся потому, что среди линеек есть 30-сантиметровые? $220 \text{ м} - 200 \text{ м} = 20 \text{ м}$.

3) На сколько 30-сантиметровая линейка длиннее 20-сантиметровой?
 $30 - 20 = 10 \text{ (см)}$.

4) Сколько линеек – 30-сантиметровые? $20 \text{ м} : 10 \text{ см} = 2000 \text{ см} : 10 \text{ см} = 200$.

5) Сколько линеек – 20-сантиметровые? $1000 - 200 = 800$.

Решение полезно проверить:

Какова общая длина 30-сантиметровых линеек? $30 \text{ см} \times 200 = 6000 \text{ см} = 60 \text{ м}$.

Какова общая длина 20-сантиметровых линеек? $20 \text{ см} \times 800 = 16000 \text{ см} = 160 \text{ м}$.

Какова общая длина всех линеек? $60 + 160 = 220 \text{ (м)}$. .Ответ: 800.

