

А.ГАЙШТУТ



МАТЕМАТИКА. ПРАКТИЧЕСКИЙ КУРС
В ПОМОЩЬ ПОВТОРЯЮЩИМ МАТЕМАТИКУ ПО СПРАВОЧНИКАМ

ГЕОМЕТРИЯ
СТЕРЕОМЕТРИЯ

часть 3
Содержание

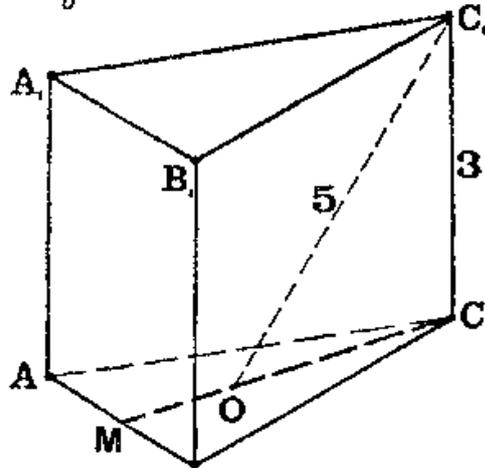
1. Поверхность призмы.
2. Текстовые задачи.
3. Поверхность пирамиды.
4. Объём призмы.
5. Объём пирамиды.

14. Поверхность призмы

Задача 239.

Дано: $ABCA_1B_1C_1$ — правильная треугольная призма, O — центр треугольника ABC , $C_1O = 5$, $C_1C = 3$.

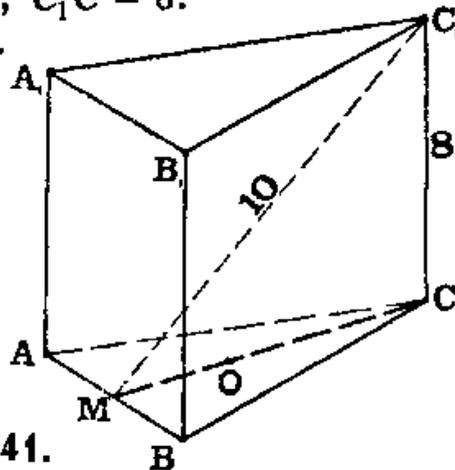
Найдите: S_{σ} .



Задача 240. В

Дано: $ABCA_1B_1C_1$ — правильная треугольная призма, $AM = MB$, $C_1M = 10$, $C_1C = 8$.

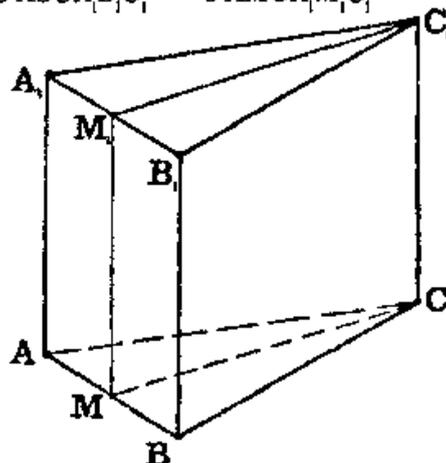
Найдите: S_{σ} .



Задача 241.

Дано: $ABCA_1B_1C_1$ — правильная треугольная призма, $AM = MB$, $A_1M_1 = M_1B_1$.

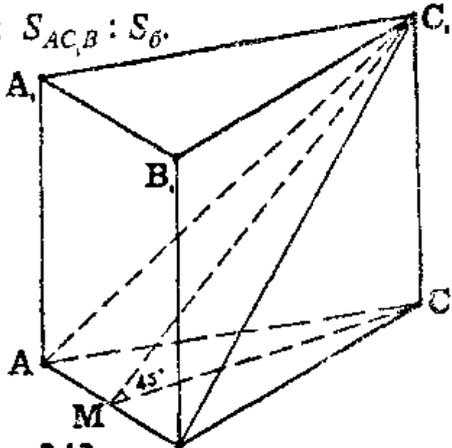
Найдите: $S_{\sigma ABCA_1B_1C_1} : S_{\sigma AMCA_1M_1C_1}$.



Задача 242.

Дано: $ABCA_1B_1C_1$ — правильная треугольная призма, $CM \perp AB$, $\angle C_1MC = 45^\circ$.

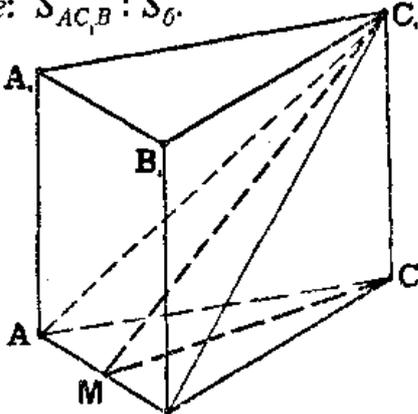
Найдите: $S_{AC_1B} : S_6$.



Задача 243. В

Дано: $ABCA_1B_1C_1$ — правильная треугольная призма, $AC = AA_1$.

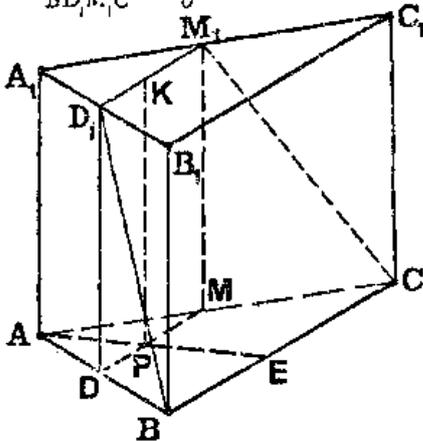
Найдите: $S_{AC_1B} : S_6$.



Задача 244. В

Дано: $ABCA_1B_1C_1$ — правильная треугольная призма, $AB = AA_1$, $A_1D_1 = D_1B_1$, $A_1M_1 = M_1C_1$.

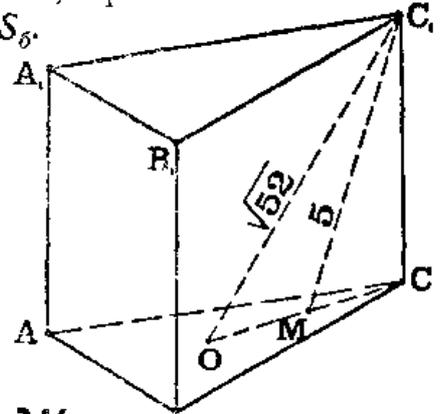
Найдите: $S_{BD_1M_1C} : S_6$.



Задача 245.

Дано: $ABCA_1B_1C_1$ — правильная треугольная призма, O — центр треугольника ABC , $OM = MC$, $C_1O = \sqrt{52}$, $C_1M = 5$.

Найдите: S_6 .

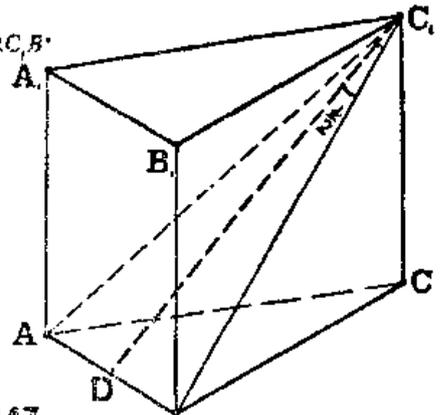


Задача 246. В

Дано: $ABCA_1B_1C_1$ — правильная треугольная призма, $S_6 = 150\sqrt{6}$,

$$\sin \alpha = \frac{3}{5}.$$

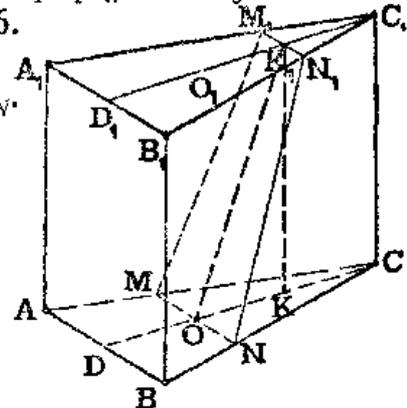
Найдите: S_{AC_1B} .



Задача 247.

Дано: $ABCA_1B_1C_1$ — правильная треугольная призма, $D_1O_1 = O_1K_1 = K_1C_1 = DO = OK = KC$, $MN \parallel M_1N_1 \parallel AB$, $S_6 = 90$, $AB = 6$.

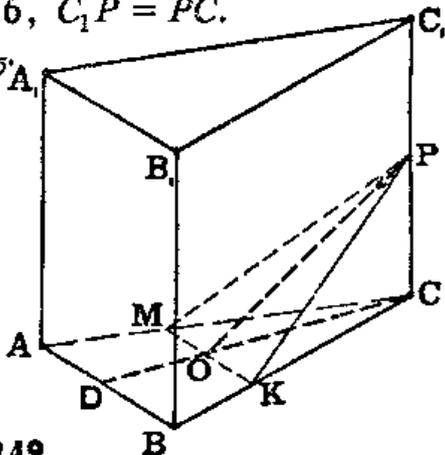
Найдите: $S_{MM_1N_1N}$.



Задача 248.

Дано: $ABCA_1B_1C_1$ — правильная треугольная призма, O — центр треугольника ABC , $MK \parallel AB$, $\cos \alpha = \frac{4}{5}$, $CC_1 = 4\sqrt{6}$, $C_1P = PC$.

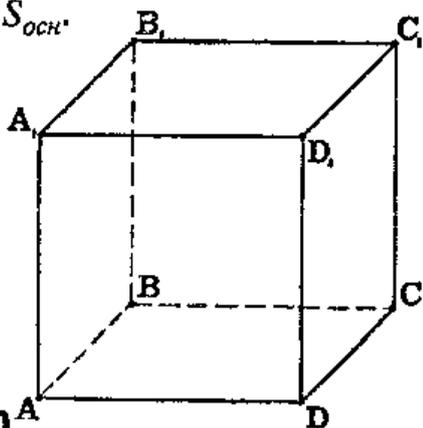
Найдите: $S_{\sigma A_1}$.



Задача 249.

Дано: AC_1 — правильная четырехугольная призма, в грань AA_1D_1D можно вписать окружность.

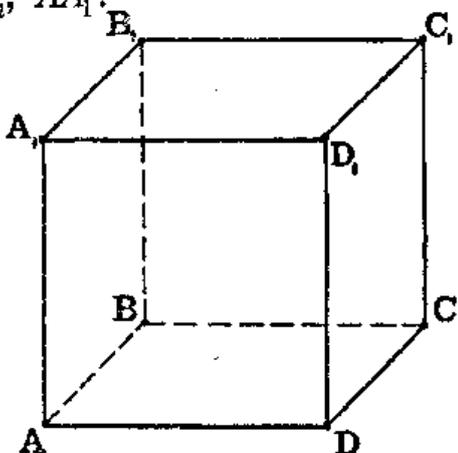
Найдите: $S_n : S_{осн}$.



Задача 250.

Дано: AC_1 — правильная четырехугольная призма, $S_{\sigma} = 16$, $P_{ABCD} = 16$.

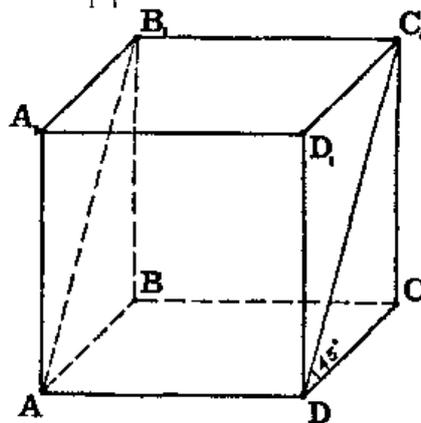
Найдите: S_n , AA_1 .



Задача 251.

Дано: AC_1 — правильная четырехугольная призма, $\angle C_1DC = 45^\circ$.

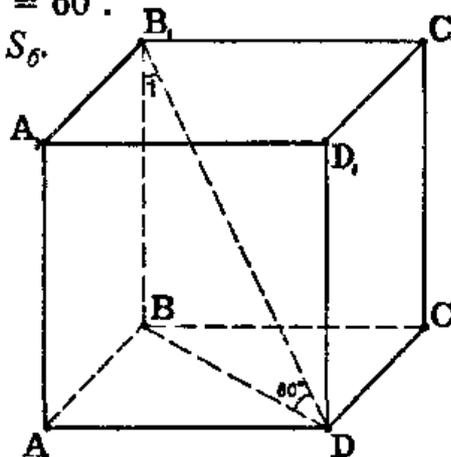
Найдите: $S_{AB_1C_1D} : S_{\sigma}$.



Задача 252.

Дано: AC_1 — правильная четырехугольная призма, $S_{пол} = 8 + 16\sqrt{6}$, $\angle BDB_1 = 60^\circ$.

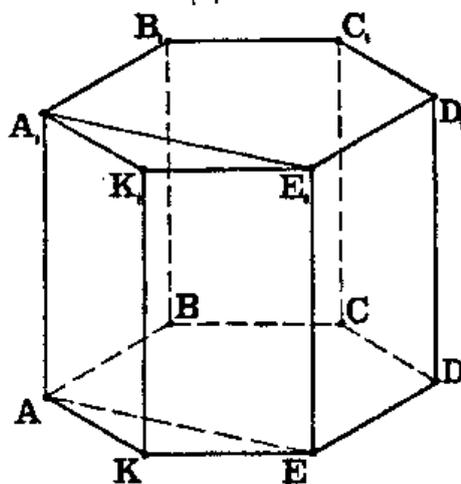
Найдите: S_{σ} .



Задача 253.

Дано: AD_1 — правильная шестиугольная призма.

Найдите: $S_{\sigma} : S_{AA_1E_1E}$.

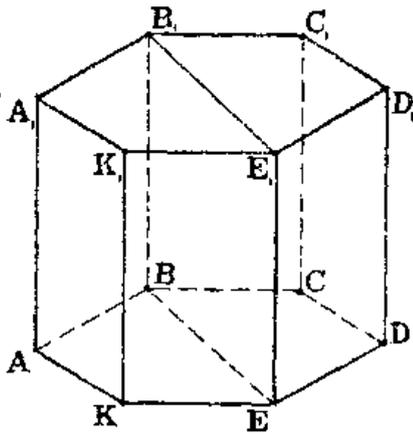


Задача 254.

Дано: AD_1 — правильная шестиугольная призма.

Найдите:

$$S_6 : S_{BVE_1E}$$

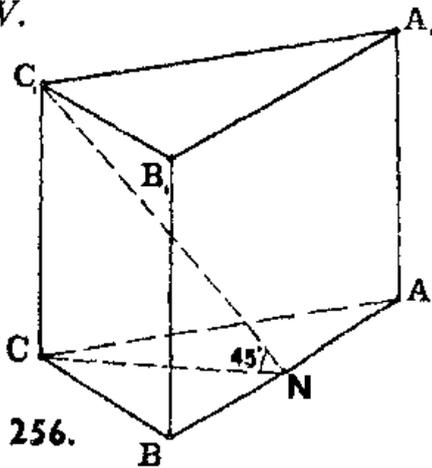


15. Объем призмы

Задача 255.

Дано: $ABCA_1B_1C_1$ — прямая треугольная призма, $AC = BC$, $\angle ACB = 90^\circ$, $BN = NA$, $\angle CNC_1 = 45^\circ$, $CC_1 = 6$.

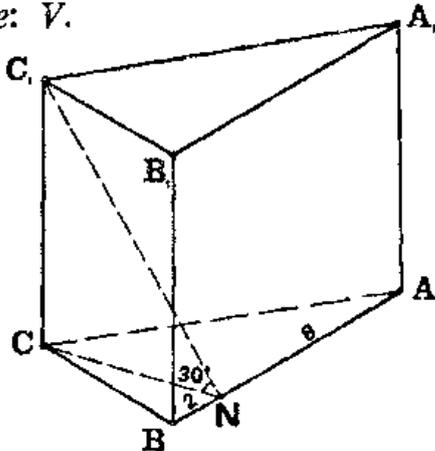
Найдите: V .



Задача 256.

Дано: $ABCA_1B_1C_1$ — треугольная призма, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle CNB = 90^\circ$, $BN = 2$, $AN = 8$, $\angle C_1NC = 30^\circ$.

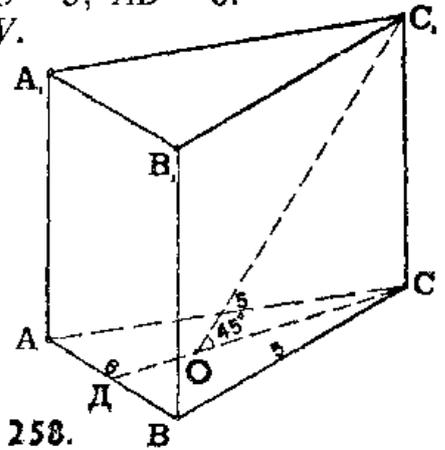
Найдите: V .



Задача 257.

Дано: $ABCA_1B_1C_1$ — прямая треугольная призма, O — центр вписанной окружности, $\angle C_1OC = 45^\circ$, $AC = BC = 5$, $AB = 6$.

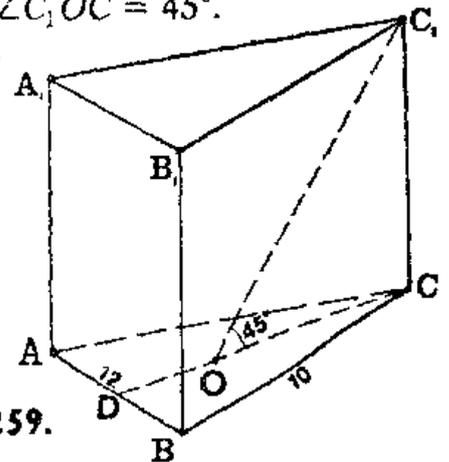
Найдите: V .



Задача 258.

Дано: $ABCA_1B_1C_1$ — прямая треугольная призма, $AC = BC = 10$, $AB = 12$, O — точка пересечения медиан, $\angle C_1OC = 45^\circ$.

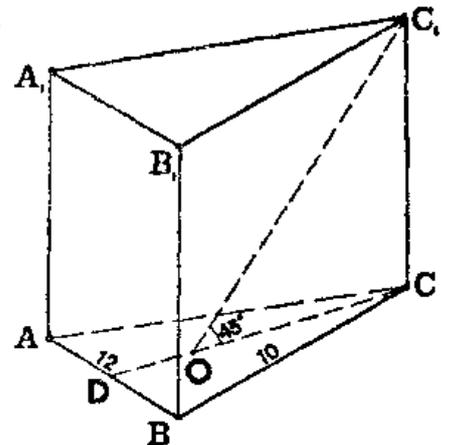
Найдите: V .



Задача 259.

Дано: $ABCA_1B_1C_1$ — прямая треугольная призма, $AC = BC = 10$, $AB = 12$, O — центр описанной окружности, $\angle C_1OC = 45^\circ$.

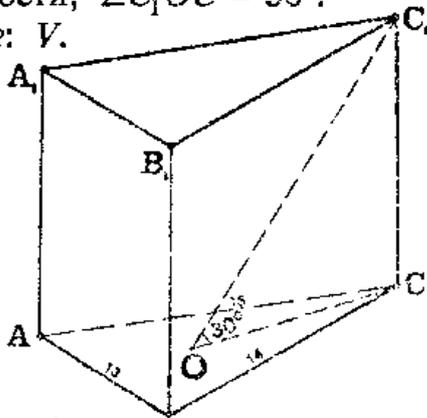
Найдите: V .



Задача 260.

Дано: $ABCA_1B_1C_1$ — прямая треугольная призма, $AB = 13$, $CB = 14$, $AC = 15$, O — центр описанной окружности, $\angle C_1OC = 30^\circ$.

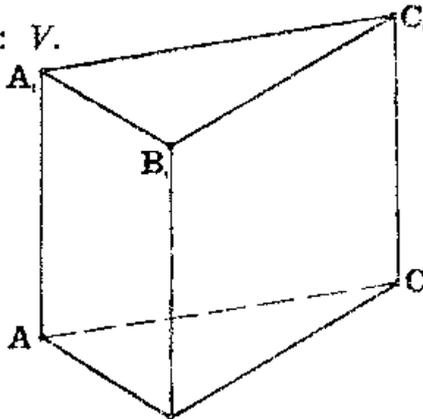
Найдите: V .



Задача 261. В

Дано: $ABCA_1B_1C_1$ — правильная треугольная призма, в грань AA_1B_1B вписана окружность единичного радиуса.

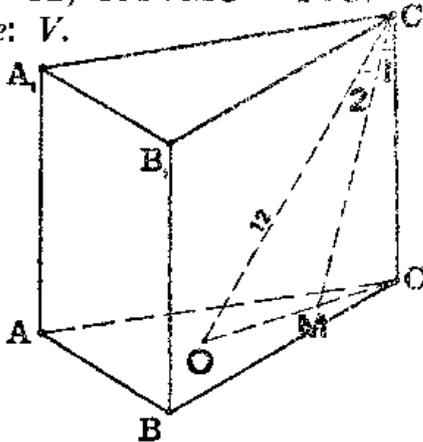
Найдите: V .



Задача 262. В

Дано: $ABCA_1B_1C_1$ — правильная треугольная призма, O — центр треугольника ABC , $\angle 1 = \angle 2$, $OC_1 = 12$, $CM : MO = 1 : 3$.

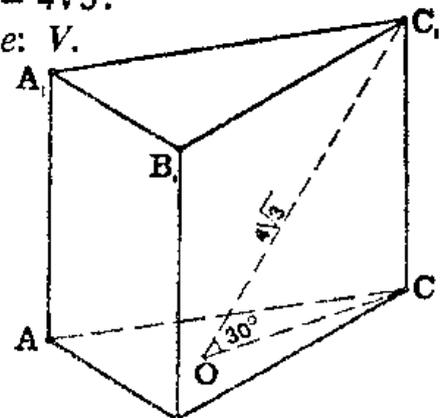
Найдите: V .



Задача 263.

Дано: $ABCA_1B_1C_1$ — правильная треугольная призма, O — центр треугольника ABC , $\angle C_1OC = 30^\circ$, $C_1O = 4\sqrt{3}$.

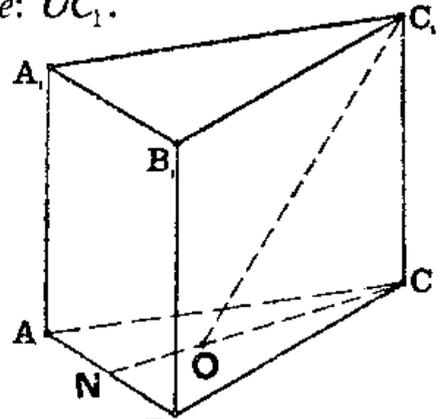
Найдите: V .



Задача 264. В

Дано: $ABCA_1B_1C_1$ — правильная треугольная призма, $V = 8\sqrt{3}$, $AA_1 = 2$, O — центр треугольника ABC .

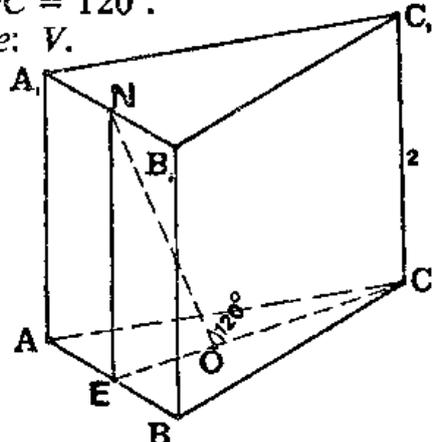
Найдите: OC_1 .



Задача 265. В

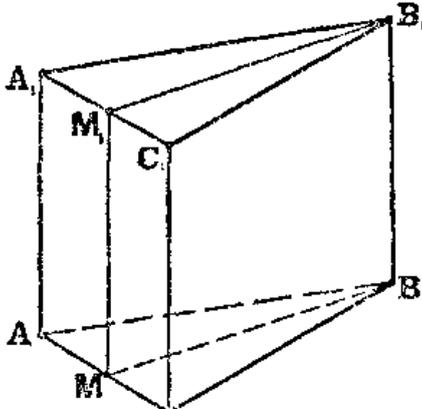
Дано: $ABCA_1B_1C_1$ — правильная треугольная призма, $A_1N = NB_1$, O — центр треугольника ABC , $C_1C = 2$, $\angle NOC = 120^\circ$.

Найдите: V .



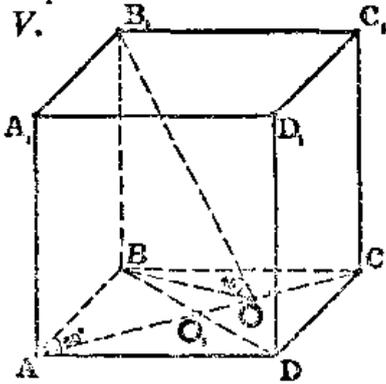
Задача 266.

Дано: $ABCA_1B_1C_1$ — правильная треугольная призма, $AM = MC$, $MM_1 \parallel BB_1$, $V = 24$, $S_{MM_1B_1B} = 12$.
Докажите, что MM_1B_1B — квадрат.



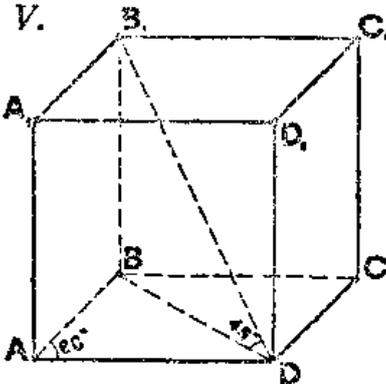
Задача 267. C

Дано: AC_1 — прямая четырехугольная призма, $ABCD$ — ромб, $\angle BAD = 60^\circ$, O — центр окружности, описанной вокруг треугольника B_1CD , $\angle B_1OB = 45^\circ$, $AO = 4$.
Найдите: V .



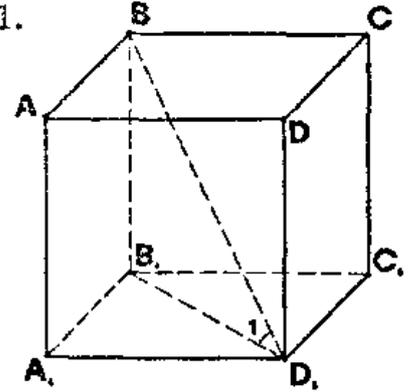
Задача 268.

Дано: AC_1 — прямая четырехугольная призма, $ABCD$ — ромб, $\angle BAD = 30^\circ$, $\angle B_1DB = 45^\circ$, $BB_1 = 2$.
Найдите: V .



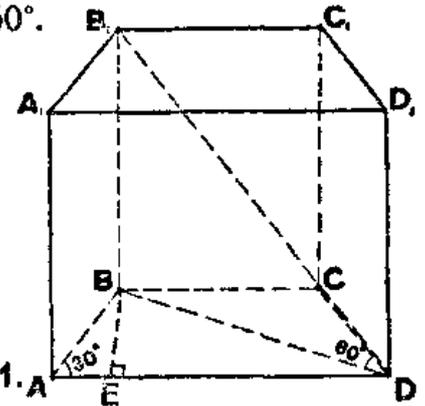
Задача 269.

Дано: AC_1 — правильная четырехугольная призма, $S_6 = 12\sqrt{6}$, $V = 9\sqrt{6}$.
Найдите: $\angle 1$.



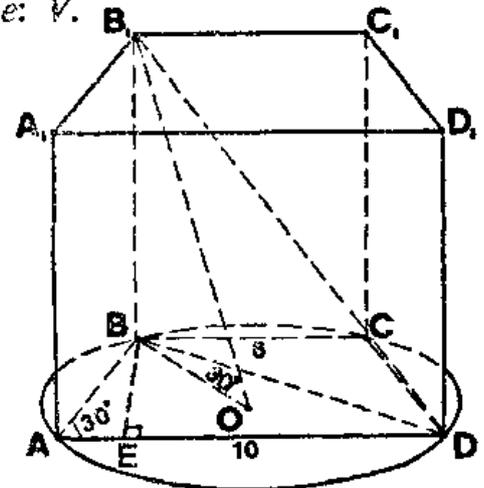
Задача 270.

Дано: AC_1 — прямая четырехугольная призма, $ABCD$ — трапеция, описанная вокруг окружности, $AB = CD$, $P_{ABCD} = 16$, $\angle BAD = 30^\circ$, $\angle BDE_1 = 60^\circ$.
Найдите: V .



Задача 271. A

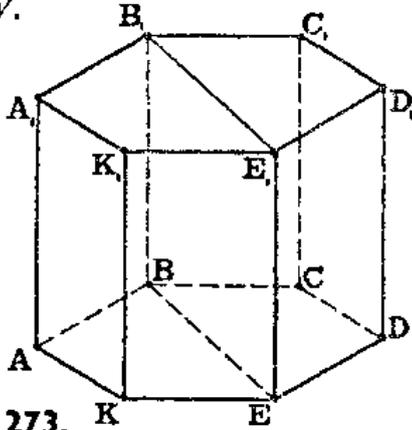
Дано: AC_1 — прямая четырехугольная призма, $ABCD$ — трапеция, $AD = 10$, $BC = 6$, $\angle BAD = 30^\circ$, O — центр окружности, описанной вокруг трапеции, $\angle B_1OB = 30^\circ$.
Найдите: V .



Задача 272.

Дано: AD_1 — правильная шестиугольная призма, $S_{осн} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$, $BE = BB_1$.

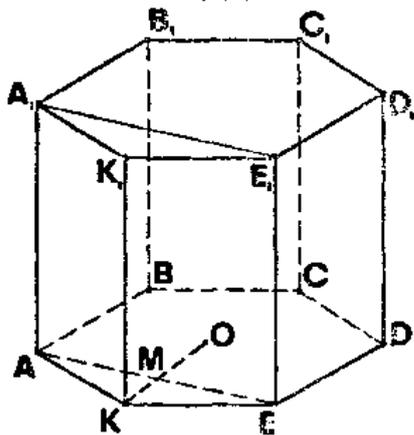
Найдите: V .



Задача 273.

Дано: AD_1 — правильная шестиугольная призма.

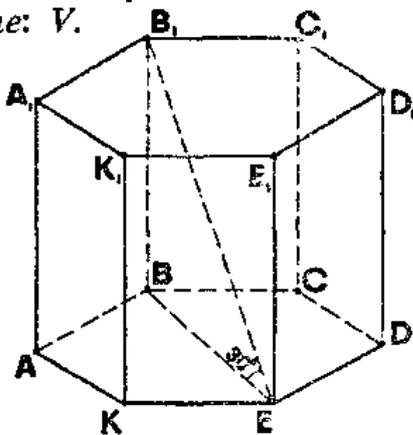
Найдите: $V : V_{AEKA_1E_1K_1}$.



Задача 274.

Дано: AD_1 — правильная шестиугольная призма, $\angle B_1EB = 30^\circ$, $AB = 2$.

Найдите: V .



16. Задачи разные

Задача 275.

Стороны основания прямоугольного параллелепипеда относятся как 7:24, а площадь диагонального сечения равна 50. Найдите боковую поверхность.

Задача 276.

Стороны основания прямого параллелепипеда равны 6 и 8 и образуют угол в 30° ; боковое ребро равно 5. Найдите полную поверхность этого параллелепипеда.

Задача 277.

Стороны основания прямого параллелепипеда равны 10 и 17; одна из диагоналей основания равна 21, большая диагональ параллелепипеда равна 29. Найдите полную поверхность параллелепипеда.

Задача 278.

Стороны основания прямого параллелепипеда 3 и 8; угол между ними содержит 60° . Боковая поверхность параллелепипеда равна 220. Найдите полную поверхность и площадь меньшего диагонального сечения.

Задача 279.

Основанием прямого параллелепипеда служит ромб с диагоналями 6 и 9; диагональ боковой грани равна 13. Найдите полную поверхность этого параллелепипеда.

Задача 280.

Стороны основания прямой треугольной призмы относятся как 17:10:9, а боковое ребро равно 16; полная поверхность этой призмы содержит 1440. Найдите стороны основания.

Задача 281.

Основанием прямой призмы служит равнобедренный треугольник, у которого боковая сторона относится к основанию, как 5:6. Высота призмы равна высоте основания, опущенной на его боковую сторону; полная по-

верхность содержит 2520. *Найдите* ребра призмы.

Задача 282.

Расстояние между боковыми ребрами наклонной треугольной призмы: 2, 3 и 4; боковая поверхность равна 45. *Найдите* боковое ребро.

Задача 283.

В наклонной треугольной призме расстояния между боковыми ребрами равны 37, 15 и 26, а боковая поверхность равновелика перпендикулярному сечению. *Найдите* боковое ребро.

Задача 284.

В наклонной треугольной призме боковые ребра содержат по 8; стороны перпендикулярного сечения относятся как 9:10:17, а его площадь равна 144. *Найдите* боковую поверхность этой призмы.

Задача 285.

Если каждое ребро куба увеличить на 2, то его объем увеличится на 98. *Найдите* ребро.

Задача 286.

Измерения прямоугольного бруса: 3, 4 и 5. Если увеличить каждое его ребро на x , то поверхность увеличится на 54. Как увеличится его объем?

Задача 287.

Измерения прямоугольного параллелепипеда: 15, 50 и 36. *Найдите* ребро равновеликого ему куба.

Задача 288.

В прямом параллелепипеде стороны основания равны 13 и 37, а большая диагональ основания равна 40. Боковое ребро относится к большей диагонали параллелепипеда, как 15:17. *Найдите* объем этого параллелепипеда.

Задача 289.

Стороны основания прямого параллелепипеда 8 и 15 и образуют угол в

60° ; меньшая диагональ параллелепипеда составляет с плоскостью основания угол в 30° . *Найдите* объем этого параллелепипеда.

Задача 290.

Основанием прямого параллелепипеда служит ромб, площадь которого равна 1. Площади диагональных сечений 3 и 6. *Найдите* объем параллелепипеда.

Задача 291.

Диагональ правильной четырехугольной призмы равна 3,5, а диагональ боковой грани 2,5. *Определите* объем.

Задача 292.

Основанием прямой призмы служит прямоугольный треугольник, катеты которого относятся, как 24:7; гипотенуза основания относится к высоте призмы, как 5:2, боковая поверхность равна 140. *Найдите* объем призмы.

Задача 293.

Стороны основания прямой треугольной призмы 4, 5 и 7, а боковое ребро равно большей высоте основания. *Найдите* объем призмы.

Задача 294.

Боковые ребра наклонной треугольной призмы равны 15, а расстояния между ними 26, 25 и 17. *Найдите* ее объем.

Задача 295.

Основанием призмы служит треугольник со сторонами 3, 5 и 7. Боковое ребро длиной 8 составляет с плоскостью основания угол в 60° . *Найдите* объем призмы.

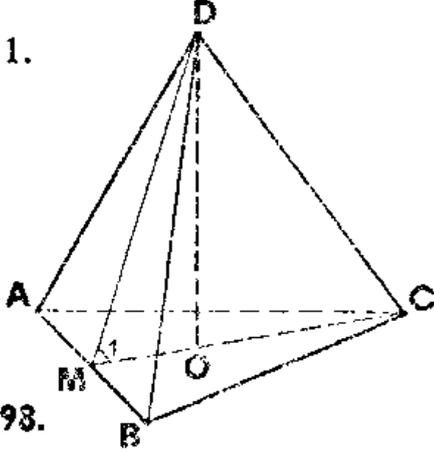
Задача 296.

Стороны основания наклонной треугольной призмы равны 5, 6 и 9; боковое ребро равно 10 и составляет с плоскостью основания угол в 45° . *Определите* объем призмы.

17. Поверхность пирамиды

Задача 297.

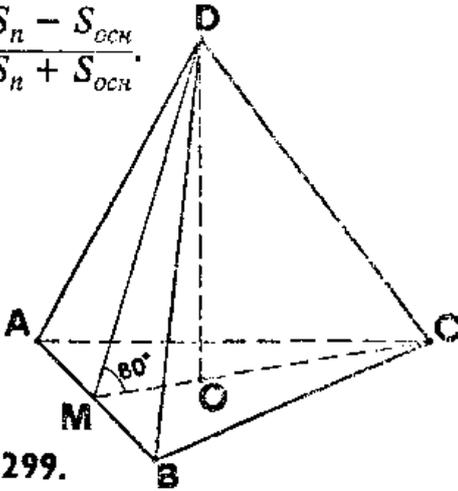
Дано: $DABC$ — правильная треугольная пирамида, $AM = MB$, $DM = 4$, $S_{бок} = 72$.
Найдите: $\angle 1$.



Задача 298.

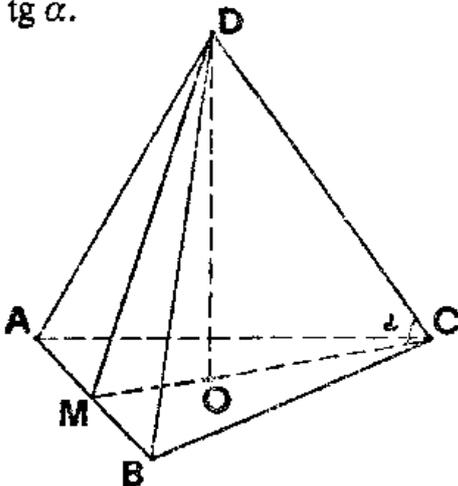
Дано: $DABC$ — правильная треугольная пирамида, $AM = MB$, $DO \perp (ABC)$, $\angle SMC = 60^\circ$.

Найдите: $\frac{S_n - S_{осн}}{S_n + S_{осн}}$.



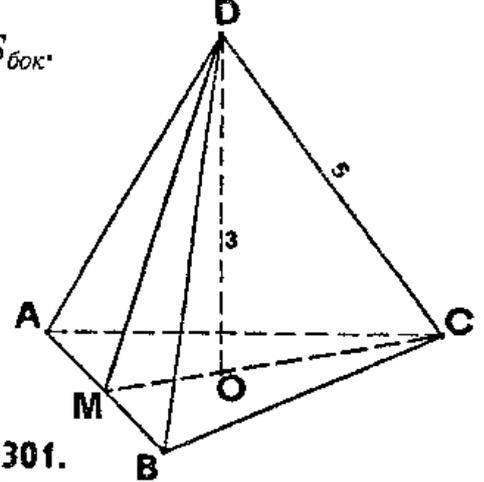
Задача 299.

Дано: $DABC$ — правильная треугольная пирамида, $S_{бок} = 2S_{осн}$, $DO \perp (ABC)$.
Найдите: $\operatorname{tg} \alpha$.



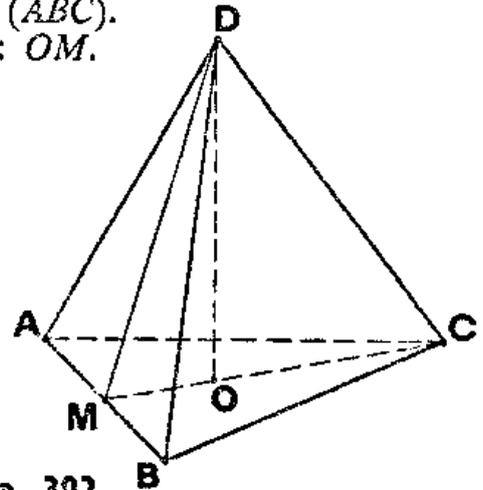
Задача 300.

Дано: $DABC$ — правильная треугольная пирамида, $DO \perp (ABC)$, $DC = 5$, $DO = 3$.
Найдите: $S_{бок}$.



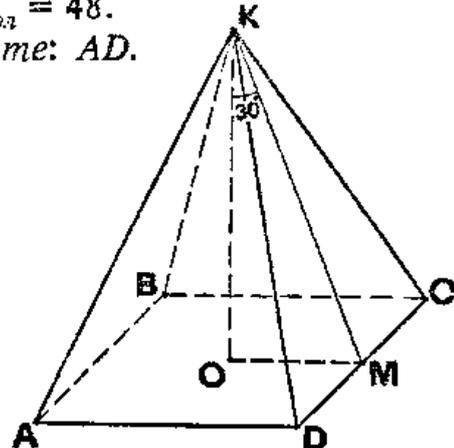
Задача 301.

Дано: $DABC$ — правильная треугольная пирамида, $AD = AB$, $S_{пол} = 9\sqrt{3}$, $DO \perp (ABC)$.
Найдите: OM .



Задача 302.

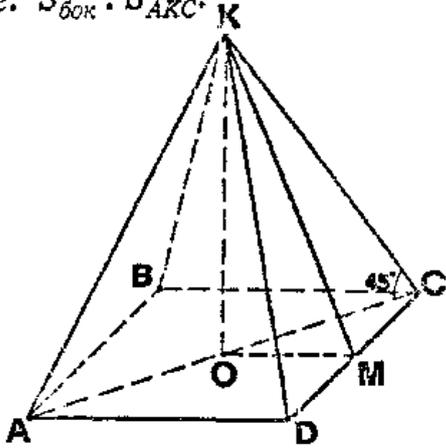
Дано: $KABCD$ — правильная четырехугольная пирамида, $KM \perp DC$, $KO \perp (ABC)$, $\angle OKM = 30^\circ$, $S_{пол} = 48$.
Найдите: AD .



Задача 303.

Дано: $KABCD$ — правильная четырехугольная пирамида, $\angle KCO = 45^\circ$.

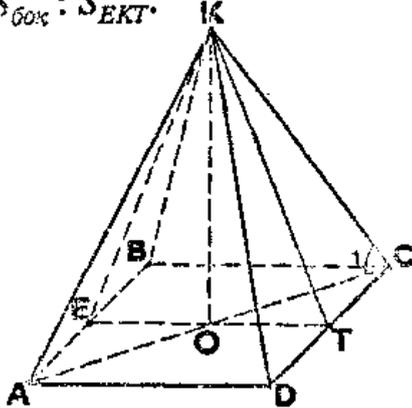
Найдите: $S_{бок} : S_{AKC}$.



Задача 304.

Дано: $KABCD$ — правильная четырехугольная пирамида, $AK = AC$, $KO \perp (ABC)$, $KT \perp DC$.

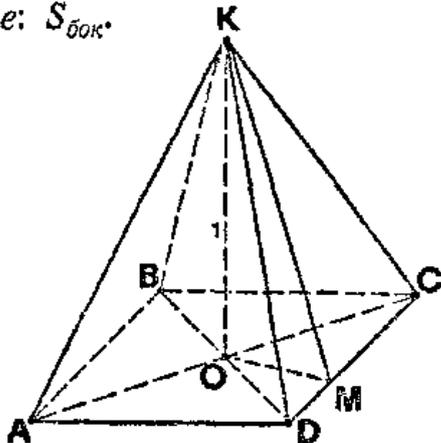
Найдите: $S_{бок} : S_{EKT}$.



Задача 305.

Дано: $KABCD$ — четырехугольная пирамида, $ABCD$ — ромб, $AB = BD$, $P_{ABCD} = 16$, $KO \perp (ABC)$, $KO = 1$.

Найдите: $S_{бок}$.



Задача 306.

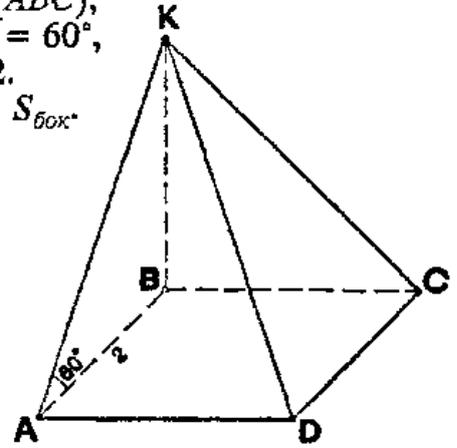
Дано: $KABCD$ — четырехугольная пирамида, $ABCD$ — квадрат,

$KB \perp (ABC)$,

$\angle KAB = 60^\circ$,

$AB = 2$.

Найдите: $S_{бок}$.



Задача 307.

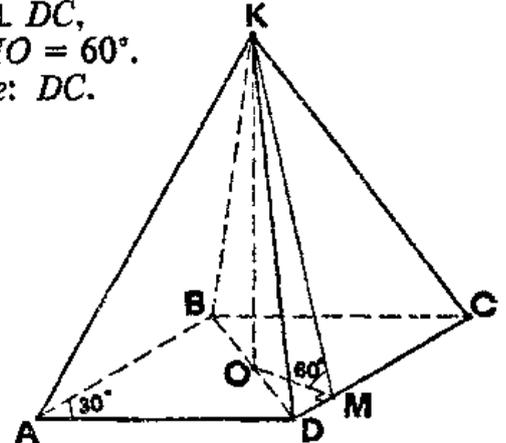
Дано: $KABCD$ — четырехугольная пирамида, $ABCD$ — ромб,

$\angle BAD = 30^\circ$, $OD = OB$, $S_{бок} = 4$,

$OM \perp DC$,

$\angle KMO = 60^\circ$.

Найдите: DC .



Задача 308.

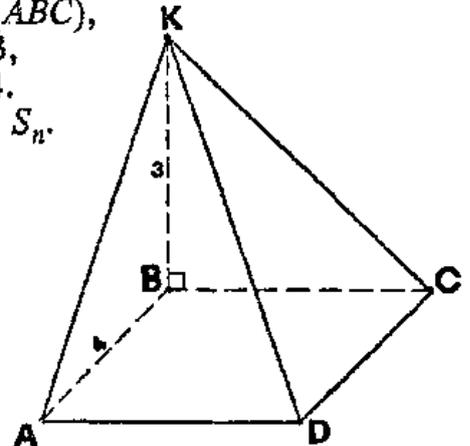
Дано: $KABCD$ — четырехугольная пирамида, $ABCD$ — квадрат,

$KB \perp (ABC)$,

$KB = 3$,

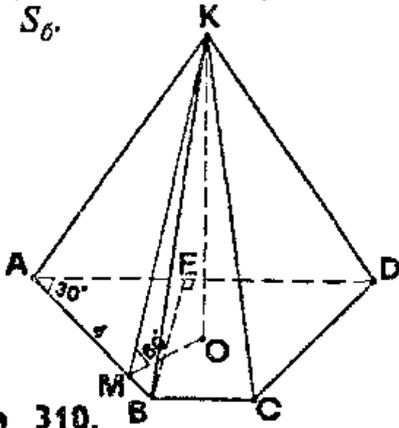
$AB = 4$.

Найдите: S_n .



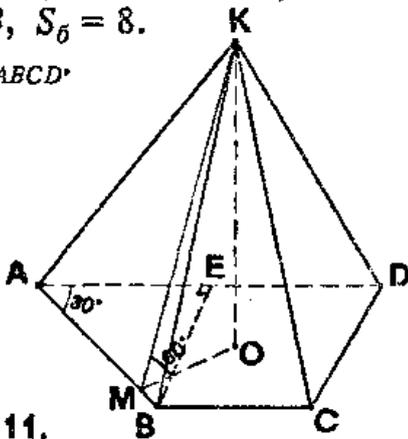
Задача 309.

Дано: $KABCD$ — четырехугольная пирамида, $KO \perp (ABC)$, $ABCD$ — трапеция, $AB = CD$, O — центр вписанной окружности, $OM \perp AB$, $AB = 4$, $\angle KMO = 60^\circ$, $\angle BAD = 30^\circ$.
Найдите: S_6 .



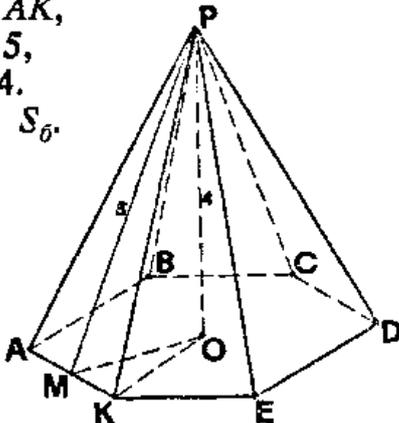
Задача 310.

Дано: $KABCD$ — четырехугольная пирамида, $ABCD$ — трапеция, $AB = CD$, $KO \perp (ABC)$, $\angle KMO = 60^\circ$, O — центр вписанной окружности, $\angle BAD = 30^\circ$, $OM \perp AB$, $S_6 = 8$.
Найдите: P_{ABCD} .



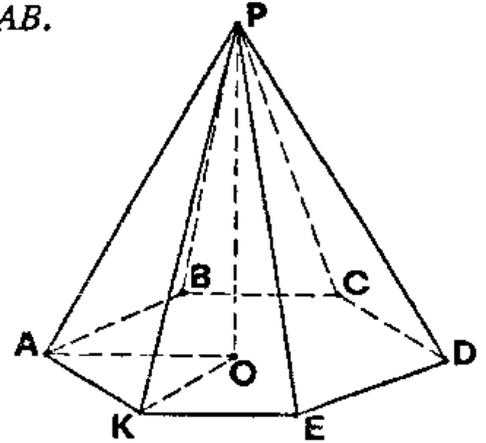
Задача 311.

Дано: $PABCDEK$ — правильная шестиугольная пирамида, $PO \perp (ABC)$, $PM \perp AK$, $PM = 5$, $PO = 4$.
Найдите: S_6 .



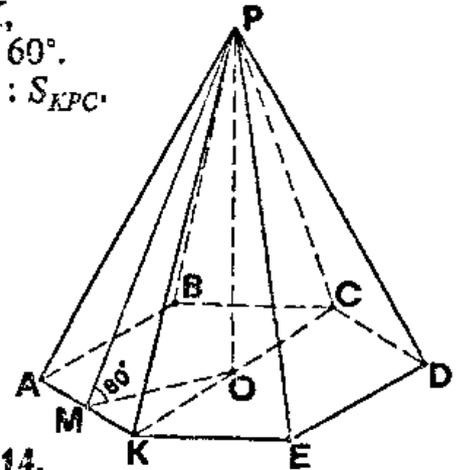
Задача 312.

Дано: $PABCDEK$ — правильная шестиугольная пирамида, $PO \perp (ABC)$,
 $S_n = 4\sqrt{3}$, $S_6 = \frac{5\sqrt{3}}{2}$.
Найдите: AB .



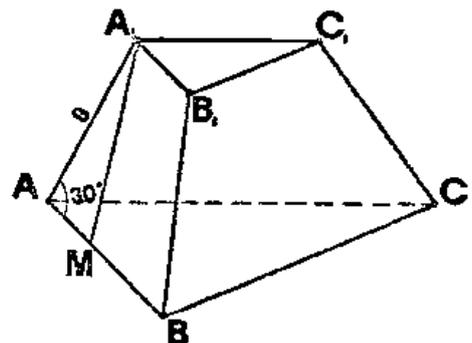
Задача 313.

Дано: $PABCDEK$ — правильная шестиугольная пирамида, $PO \perp (ABC)$, $OM \perp AK$, $\angle PMO = 60^\circ$.
Найдите: $S_6 : S_{KPC}$.



Задача 314.

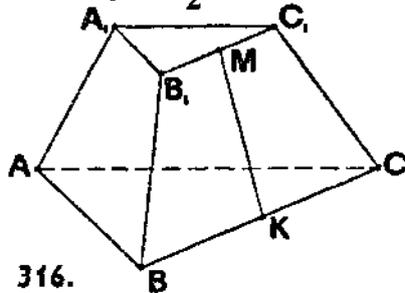
Дано: $ABCA_1B_1C_1$ — правильная треугольная усеченная пирамида, $AA_1 = 8$, $\angle A_1AB = 30^\circ$, в трапецию AA_1B_1B можно вписать окружность.
Найдите: S_6 .



Задача 315.

Дано: $ABCA_1B_1C_1$ — правильная треугольная усеченная пирамида, $B_1M = MC_1$, $BK = KC$, R — радиус окружности, описанной вокруг треугольника ABC , r — радиус окружности, вписанной в треугольник $A_1B_1C_1$.

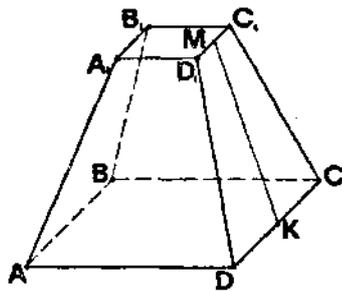
Докажите, что $S_6 = \frac{3\sqrt{3}}{2} (R + 2r) MK$.



Задача 316.

Дано: AC_1 — правильная четырехугольная усеченная пирамида, $D_1M = MC_1$, $DK = KC$.

Докажите, что $S_6 = \sqrt{2} \cdot MK (BD + B_1D_1)$.

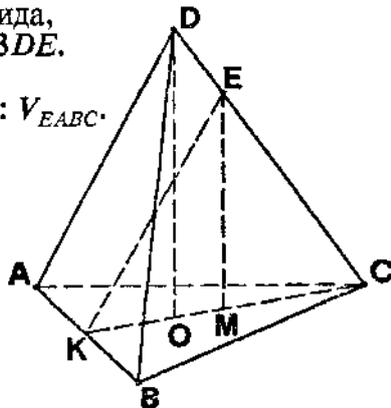


18. Объем пирамиды

Задача 317.

Дано: $DABC$ — правильная треугольная пирамида, $EC = 3DE$.

Найдите: $V_{DABC} : V_{EABC}$.



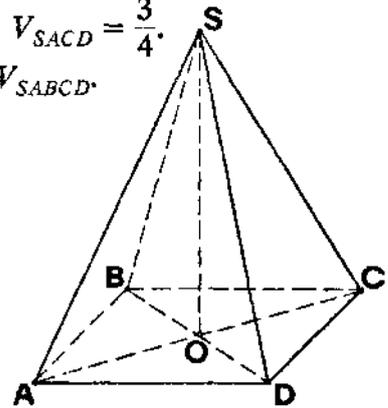
58

Задача 318.

Дано: $SABCD$ — правильная четырехугольная пирамида,

$$V_{SABO} + V_{SACD} = \frac{3}{4} V_{SABCD}$$

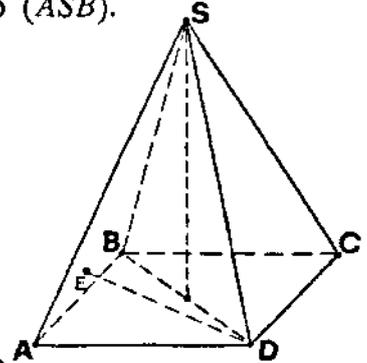
Найдите: V_{SABCD} .



Задача 319.

Дано: $SABCD$ — правильная четырехугольная пирамида, V — объем пирамиды $SABCD$, h — расстояние от точки D до (ASB) .

Найдите: S_6 .

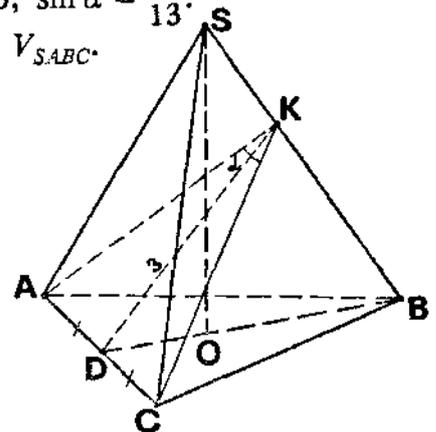


Задача 320.

Дано: $SABC$ — правильная треугольная пирамида, $(AKC) \perp SB$, $AD = DC$,

$$DK = 3, \sin \alpha = \frac{12}{13}$$

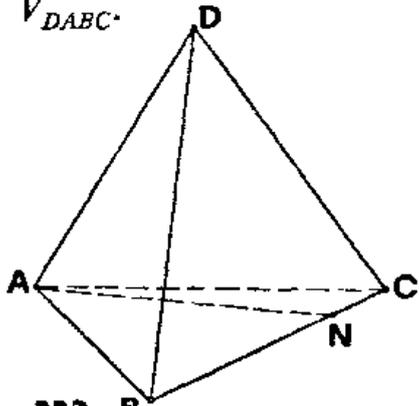
Найдите: V_{SABC} .



Задача 321.

Дано: $DABC$ — треугольная пирамида,
 $BN = 3CN$, $V_{DANC} = 2$.

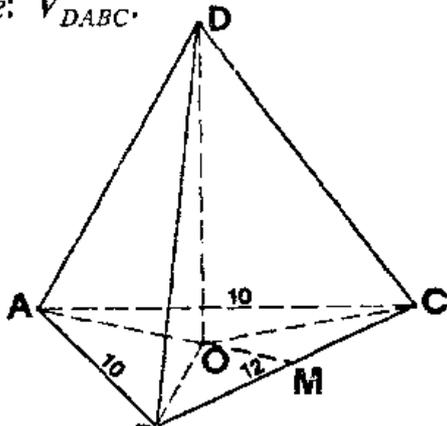
Найдите: V_{DABC} .



Задача 322. В

Дано: $DABC$ — треугольная пирамида,
 $AB = AC = 10$, $BC = 12$,
 $DO \perp (ABC)$, $\angle DAO = \angle DCO =$
 $= \angle DBO = 45^\circ$.

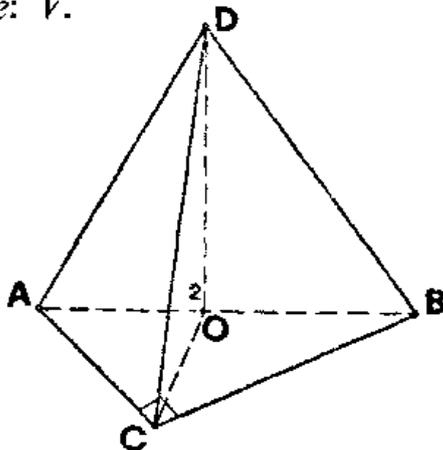
Найдите: V_{DABC} .



Задача 323. В

Дано: $DABC$ — треугольная пирамида,
 $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC$, $AB = 2$,
 $DO \perp (ABC)$, $\angle DAO = \angle DCO =$
 $= \angle DBO = 30^\circ$.

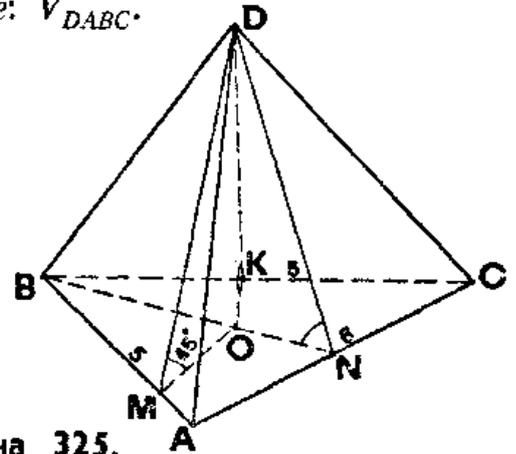
Найдите: V .



Задача 324.

Дано: $DABC$ — треугольная пирамида,
 $AB = BC = 5$, $AC = 6$, O — центр
 окружности, вписанной в $\triangle ABC$,
 $OM \perp AB$, $ON \perp AC$, $OK \perp BC$,
 $\angle DMO = \angle DNO = \angle DKO = 45^\circ$.

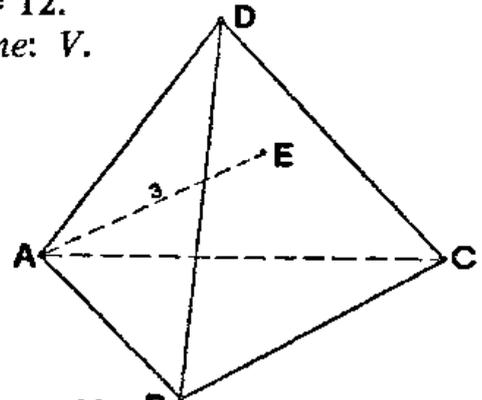
Найдите: V_{DABC} .



Задача 325.

Дано: $DABC$ — правильная треугольная
 пирамида, $AE \perp (BDC)$, $AE = 3$,
 $S_6 = 12$.

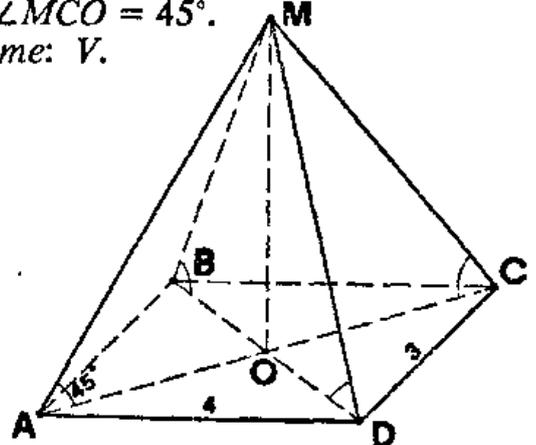
Найдите: V .



Задача 326. В

Дано: $MABCD$ — четырехугольная пи-
 рамида, $ABCD$ — параллелограмм,
 $MO \perp (ABC)$, $DC = 3$, $AD = 4$,
 $\angle MDO = \angle MAO = \angle MBO =$
 $= \angle MCO = 45^\circ$.

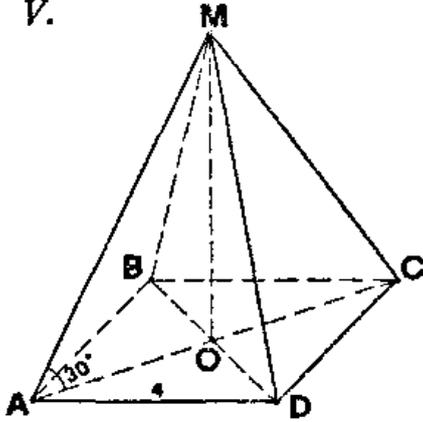
Найдите: V .



Задача 327.

Дано: $MABCD$ — четырехугольная пирамида, $ABCD$ — ромб,
 $MO \perp (ABC)$, $AD = 4$, $\angle MAO =$
 $= \angle MDO = \angle MCO = \angle MBO = 30^\circ$.

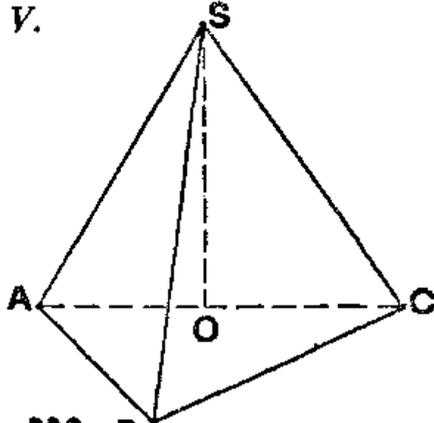
Найдите: V .



Задача 328.

Дано: $SABC$ — треугольная пирамида,
 $(ASC) \perp (ABC)$,
 $AB = AC = BC = AS = SC = 2$.

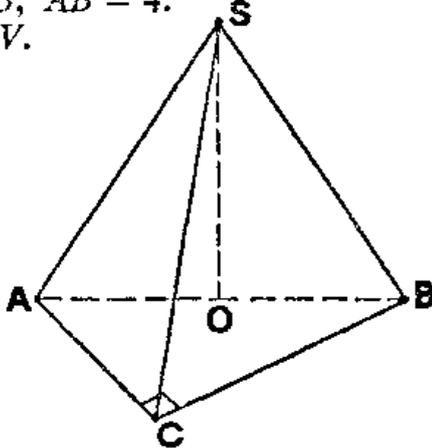
Найдите: V .



Задача 329. В

Дано: $SABC$ — треугольная пирамида,
 $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = CB$,
 $(ASB) \perp (ABC)$, $\angle ASB = 90^\circ$,
 $AS = SB$, $AB = 4$.

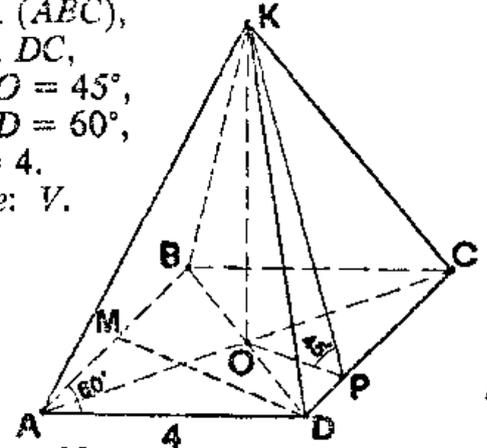
Найдите: V .



Задача 330.

Дано: $KABCD$ — четырехугольная пирамида, $ABCD$ — ромб,
 $KO \perp (AEC)$,
 $OP \perp DC$,
 $\angle KPO = 45^\circ$,
 $\angle BAD = 60^\circ$,
 $AD = 4$.

Найдите: V .

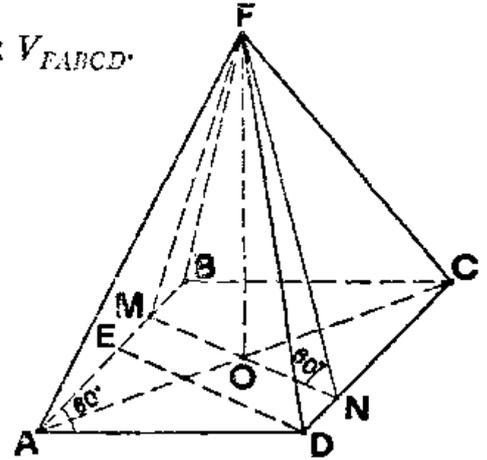


Задача 331.

Дано: $FABCD$ — четырехугольная пирамида, $FO \perp (ABC)$, $ABCD$ — ромб,
 $\angle FNO = 60^\circ$, $ON \perp DC$, $OM \perp AB$.

Найдите:

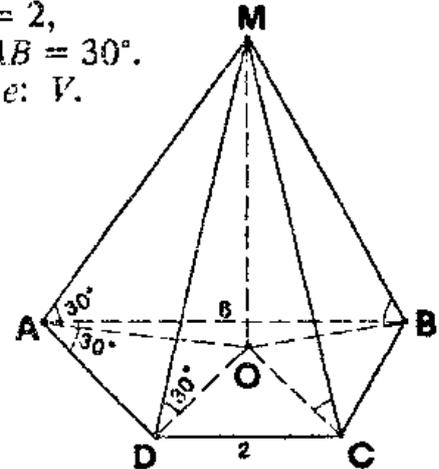
$$V_{DMFN} : V_{FABCD}$$



Задача 332.

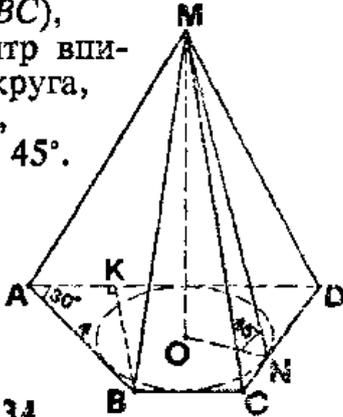
Дано: $MABCD$ — четырехугольная пирамида, $ABCD$ — трапеция,
 $MO \perp (ABC)$, $\angle MAO = \angle MDO =$
 $= \angle MCO = \angle MBO = 30^\circ$, $AB = 6$,
 $DC = 2$,
 $\angle DAB = 30^\circ$.

Найдите: V .



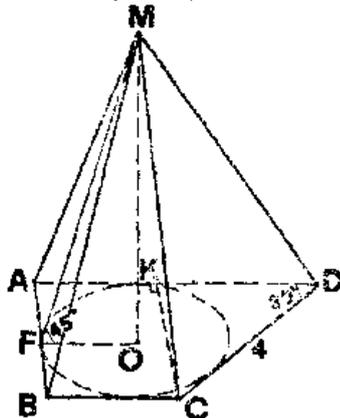
Задача 333.

Дано: $MABCD$ — четырехугольная пирамида, $ABCD$ — трапеция, $AB = CD$, $\angle BAD = 30^\circ$, $AB = 4$, $MO \perp (ABC)$, O — центр вписанного круга, $ON \perp CD$, $\angle ONM = 45^\circ$.
Найдите: V .



Задача 334.

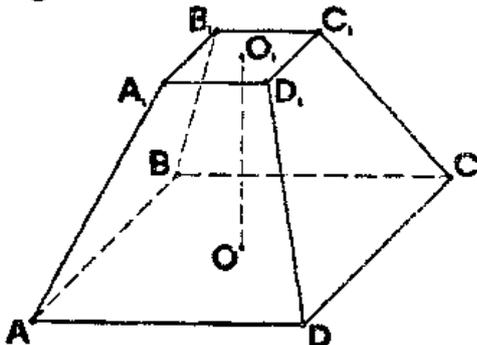
Дано: $MABCD$ — четырехугольная пирамида, $ABCD$ — трапеция, $\angle BAD = 90^\circ$, O — центр вписанной окружности, $MO \perp (ABC)$, $OF \perp AB$, $\angle MFO = 45^\circ$, $\angle CDA = 30^\circ$, $CD = 4$.
Найдите: V .



Задача 335.

Дано: AC_1 — правильная четырехугольная усеченная пирамида, $OO_1 \perp (ABC)$, $OO_1 = H$, R_1 и R_2 — радиусы окружностей, описанных вокруг верхнего и нижнего оснований.
Докажите, что

$$V = \frac{2}{3} H (R_1^2 + R_2^2 + R_1 R_2).$$



19. Задачи разные

Задача 336.

Найдите боковую поверхность правильной треугольной пирамиды, если ее высота равна 4, а апофема 8.

Задача 337.

В правильной четырехугольной пирамиде определить сторону основания, если боковое ребро равно 5, а полная поверхность 16.

Задача 338.

Основанием пирамиды служит ромб с диагоналями 6 и 8; высота пирамиды проходит через точку пересечения диагоналей ромба, лежащего в основании пирамиды, и равна 1. Найдите боковую поверхность этой пирамиды.

Задача 339.

Основанием пирамиды служит параллелограмм, у которого стороны содержат 20 и 36, а площадь равна 360. Высота пирамиды проходит через точку пересечения диагоналей основания и равна 12. Найдите боковую поверхность этой пирамиды.

Задача 340.

Основанием пирамиды служит параллелограмм, у которого стороны равны 5 и 4, а одна из диагоналей 3. Высота пирамиды проходит через точку пересечения диагоналей основания и равна 2. Найдите полную поверхность этой пирамиды.

Задача 341.

Основанием пирамиды служит равнобедренный треугольник, у которого одна сторона содержит 40, а две другие по 25. Высота пирамиды проходит через вершину угла, образованного равными сторонами основания, и равна 8. Найдите боковую поверхность этой пирамиды.

Задача 342.

Основанием пирамиды служит треугольник со сторонами 13, 14 и 15. Боковое ребро, противлежащее сред-

ней по величине стороне основания, перпендикулярно к плоскости основания и равно 16. *Найдите* полную поверхность этой пирамиды.

Задача 343.

Боковые ребра треугольной пирамиды взаимно перпендикулярны, каждое из них равно 6. *Найдите* объем пирамиды.

Задача 344.

Сторона основания правильной треугольной пирамиды 6, а боковое ребро образует с плоскостью основания угол в 45° . *Найдите* объем пирамиды.

Задача 345.

Высота правильной треугольной пирамиды $\sqrt{3}$, а боковая грань образует с плоскостью основания угол в 60° . *Найдите* объем пирамиды.

Задача 346.

Основанием пирамиды служит прямоугольник со сторонами 6 и 15, высота проходит через точку пересечения диагоналей основания, и боковая поверхность равна 126. *Найдите* объем этой пирамиды.

Задача 347.

Основанием пирамиды служит равнобедренный треугольник, у которого равные стороны содержат по 6, а третья сторона 8. Боковые ребра равны между собой, и каждое содержит 9. *Найдите* объем этой пирамиды.

Задача 348.

Основанием пирамиды служит равнобедренный треугольник, у которого равные стороны содержат по 39, а третья сторона 30. Двугранные углы при основании равны между собой, и каждый содержит 45° . *Найдите* объем этой пирамиды.

Задача 349.

Основанием пирамиды служит равнобедренный треугольник, у которого

равные стороны содержат по 7, а третья сторона 6. Вершина пирамиды удалена от всех сторон основания на одинаковое расстояние, которое относится к высоте пирамиды, как 5:4. *Найдите* объем этой пирамиды.

Задача 350.

В данной треугольной пирамиде двугранные углы при основании равны между собой; стороны основания 7, 8 и 9; объем пирамиды 40. *Найдите* ее боковую поверхность.

Задача 351.

В правильной четырехугольной усеченной пирамиде стороны оснований 8 и 2. Высота равна 4. *Найдите* полную поверхность.

Задача 352.

Стороны оснований правильной треугольной усеченной пирамиды 6 и 12, высота равна 1. *Найдите* боковую поверхность.

Задача 353.

Стороны оснований правильной усеченной пирамиды 4 и 2, высота 1. *Найдите* боковую поверхность.

Задача 354.

В правильной четырехугольной усеченной пирамиде высота равна 12, разность сторон оснований 10 и полная поверхность равна 512. *Найдите* стороны оснований.

Задача 355.

Боковое ребро правильной четырехугольной усеченной пирамиды равно 3, стороны оснований 5 и 1. *Найдите* объем.

Задача 356.

В усеченной пирамиде объем равен 76, высота 6 и площадь одного из оснований равна 18. *Найдите* площадь другого основания.

Задача 357.

В усеченной пирамиде разность площадей оснований равна 6, высота усе-

ченной пирамиды 9 и ее объем 42.
Найдите площади оснований.

Задача 358.

В треугольной усеченной пирамиде высота 10, стороны одного основания 27, 29 и 52; периметр другого основания равен 72. *Найдите* объем усеченной пирамиды.

Задача 359.

Определить объем правильной треугольной усеченной пирамиды, у которой стороны оснований 30 и 20, а боковая поверхность равновелика сумме оснований.

Задача 360.

Определить объем правильной четырехугольной усеченной пирамиды, если ее диагональ равна 9, а стороны оснований 7 и 5.