



МАТЕМАТИКА. ПРАКТИЧЕСКИЙ КУРС

В ПОМОЩЬ ПОВТОРЯЮЩИМ МАТЕМАТИКУ ПО СПРАВОЧНИКАМ

Тема 2. АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ И ИХ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Содержание

1. Алгебраические выражения
2. Возведение в степень
3. Формулы сокращённого умножения
4. Целые выражения
5. Формулы сокращённого умножения
6. Разложение многочленов на множителей.
7. Сложение, вычитание, умножение и деление дробей дробей
8. Дробно-рациональные выражения
9. Действия с корнями
10. Арифметическое значения корня
11. Освобождение от иррациональности в знаменателе
12. Преобразование радикал.
13. Задания для любителей подумать

Алгебраические выражения

1. Записать сокращённо при помощи коэффициентов следующие выражения:

$$7) \frac{k+k+mn-mn-mn}{k+k+k+mn+mn}; \quad 8) \frac{abc+abc}{3};$$

$$9) \frac{xyz}{4} + \frac{xyz}{4} + \frac{xyz}{4}; \quad 10) (a-b) + (a-b) + (a-b).$$

$$11) \frac{d+d+d}{c+c+c+c}; \quad 12) \frac{x+x+x+x+x}{y+y+y+y};$$

$$13) a+a-b-b-b; \quad 14) \frac{a}{10} + \frac{a}{10} + \frac{a}{10} - \frac{m}{10} - \frac{m}{10}$$

В следующих многочленах выполнить приведение подобных членов:

2. (Устно.) 1) $5a - 2a$; 2) $8x - 10x$;
3) $-8m - 5m$; 4) $-2q + 2q$.

3. 1) $15ab + 4ab - 10ab$; 2) $-6xy - xy + 8xy$;
3) $-4m^3 + 10m^3 - 8m^3$; 4) $-25k^4 - 32k^4 + 48k^4$.

4. Преобразовать выражение в многочлен стандартного вида

а) $(a^2 - 3a - 4) + (a^2 + 5a - 3)$	г) $(a^2 + ab) - (3a^2 - ab)$
б) $(x^2 - 5x + 4) - (7x^2 + 5x - 4)$	д) $(5x^2 - xy + 4) + (x^2 - 4)$
в) $(3y^2 + 5y + 7) - (y^2 - 9y - 8)$	е) $(8x + 9y) - (5x^2 - 9x + 9y)$

5. 1) $(4a^2 - 2ab - b^2) - (-a^2 + b^2 - 2ab) + (3a^2 - ab + b^2)$;

2) $(-8x^3 + 4x^2 - x + 1) + (2x^3 - 3 + x^2 - 6x) - (5x^3 - 8x^2 - 3x - 1)$.

6. 1) $3x - [5x - (2x - 1)]$;

2) $9a^2 + [7a^2 - 2a - (a^2 - 3a)]$.

7. Возведение в степень.

$$8) \left(\frac{5}{3}\right)^2; \quad 9) \left(1\frac{1}{2}\right)^2; \quad 10) \left(2\frac{1}{2}\right)^2;$$

$$1) 6^3; \quad 2) 3^4; \quad 3) 7^3;$$

$$6) 1^3; \quad 7) \left(\frac{1}{5}\right)^3; \quad 8) \left(1\frac{3}{4}\right)^3;$$

8. Упростить следующие выражения введением коэффициентов и показателей степеней:

$$9) xxx + xxx;$$

$$10) ccc + ccc + dd + dd;$$

$$11) \frac{aa + aa + aa}{bbb + bbb};$$

$$12) \frac{xxx + xxx + xxx}{yy + yy + yy + yy}.$$

Записать с помощью букв, знаков действий и скобок следующие алгебраические выражения.

9. 1) Квадрат суммы чисел a и b .

2) Квадрат разности чисел x и y .

3) Сумму квадратов чисел a и b .

4) Разность квадратов чисел a и b .

10. 1) Куб суммы чисел a и b .

2) Сумму кубов чисел a и b .

3) Куб разности чисел m и n .

4) Разность кубов чисел m и n .

11. 1) Частное от деления суммы кубов чисел a и b на разность кубов этих же чисел.

2) Квадрат полусуммы чисел p и q .

3) Квадрат полуразности чисел a и b .

4) Частное от деления квадрата суммы чисел x и y на сумму квадратов этих же чисел.

12. При каком условии:

- 1) $a = 5a$; 2) $a = a^2$; 3) $a < a^2$; 4) $a > a^2$;
5) $a^3 > a^2$; 6) $a^3 < a^2$; 7) $a^3 = a^2$; 8) $\frac{a}{b} = 1$;
9) $\frac{a}{b} < 1$; 10) $\frac{a}{b} > 1$; 11) $ab = a$; 12) $ab < a$; 13) $ab > a$?

13. Какое число надо прибавить:

- 1) к 10, чтобы получить 3?
2) к 15, чтобы получить (-3) ?
3) к 42,3, чтобы получить 28,8?
4) к $(-7,4)$, чтобы получить 7,4?

14. Найти числовые значения следующих алгебраических выражений:

- 1) $5(a - b)$ при $a = -4$, $b = -2$;
2) $(-3)(a + x)$ при $a = 8$, $x = -10$;
3) $(x + y)(x - y)$ при $x = -3$, $y = -5$;

15. Вычислить:

- 1) $2 \cdot (-3)^2$; 2) $-5 \cdot (-2)^3$;
3) $-(-4)^3$; 4) $-(+2)^4$;

16. Найти числовые значения следующих выражений:

- ✓1) $3a^2 - 2b^3$ при $a = -1$, $b = -2$;
✓2) $5m^2n^3 + 4(m - n)$ при $m = -\frac{1}{2}$, $n = -1$;
3) $x^2 + 2xy + y^2$ при $x = -5$, $y = -4$;
14) $a^2 - 3a + 6$ при $a = -\frac{1}{3}$;

17. Представить в виде степени

$$a^5 \cdot a^7 \quad c^9 \cdot c^3 \quad a^6 : a^2 \quad (b^4)^8 \quad a^{10} \cdot a^{14}$$

$$b^{14} \cdot b \quad c^7 : c^3 \quad b^5 : b \quad (c^9)^0 \quad b^{24} : b^{20}$$

18. Представить в виде степени

$$a^n \cdot a^k \quad c^{n+4} \cdot c^{8-n} \quad b^{5-7n} : b^{n-9}$$

$$b^{2n-1} \cdot b^{5-n} \quad a^{2n+7} : a^{n+9} \quad (c^{5-k})^7$$

19. Вставить пропущенные выражения

$$\square^7 = a^{21} \quad \square^3 \cdot c^9 = c^{30} \quad \square^5 : a^3 = a^{12} \quad b^{46} : \square^7 = b^{11}$$

20. Упростить выражения

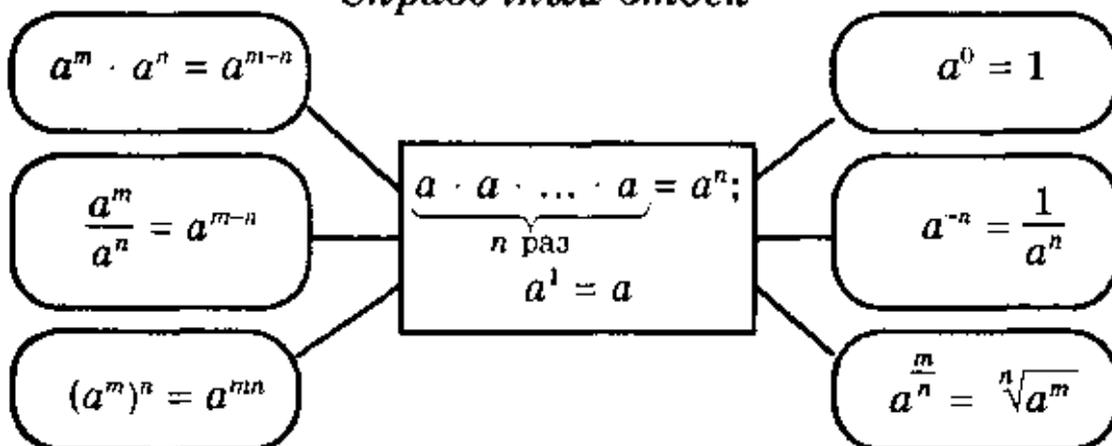
$$(a^5 b^4)^7 \quad (c^4)^5 : (c^7)^2 \quad (a^2 b^3)^5 \cdot (2a^4 b)^3$$

$$(2a^3)^4 \quad (2a^5 b)^3 \cdot (3b^3)^2 \quad (3a^3)^4 : 9a^2$$

$$(3a^2 b)^3 \quad (4a)^2 \cdot (2a^5 b^7)^4 \quad (b^2)^3 \cdot (b^3)^2$$

$$(a^3)^2 \cdot a^5$$

Справочный отдел



21. Вычислить значение выражения $2a^3b^2$ при

- 1) $a = 2, b = 3$
 2) $a = \frac{1}{3}, b = -6$
 3) $a = -\frac{1}{2}, b = -\frac{1}{3}$

- 4) $a = -\frac{1}{4}, b = 2.5$
 5) $a = -1, b = 0$
 6) $a = 0.5, b = 4$

22. Вычислить значение выражения $2a^3b^2$ при

- а) $(c + 3)^2 - c(c + 1)$
 при $c = 0,4$
 б) $(4d - 1)^2 - (4d + 1)(4d - 3)$
 при $d = -0,5$
 в) $(d + 3)(d - 2) - (d - 1)(d + 1)$
 при $d = 2,7$

23. Сократить выражение

$$\frac{6a^2b^3}{8a^3b^4} \quad \frac{16a^5bc^7}{4a^2bc} \quad \frac{20a^3b^7}{30a^5b^3c} \quad \frac{a^3b(c-d)^5}{ab^3(c-d)^2} \quad \frac{7a(c+d)}{28b(c+d)}$$

24. Представить выражение в виде дроби и сократить

- а) $\frac{15a}{16b} \cdot \frac{4}{25}$ г) $\frac{18a^2b^2}{5cd} : \frac{6a^4b}{5c^2d^3}$
 б) $\frac{3a^2b}{4cd} \cdot \frac{10c^3d^2}{21a^3b}$ д) $\frac{b^3}{2a} : \left(-\frac{8b^2}{a^4}\right)$
 в) $\frac{12(a+b)^4}{c} \cdot \frac{9c}{(a+b)^7}$ е) $2\frac{1}{7}a^2 \cdot \frac{28c^2}{3a^2b}$

ВЫЧИСЛИТЬ:

ж) $\frac{5 \cdot 32^3 \cdot 8^4}{4^{13}}$

з) $\frac{81^4 \cdot 27^3}{9^{12}} - 1$

25. Вычислить

а) $(-2a^5b^2c) \cdot (-4ab^7c)$

г) $(-3x^5)^2 : (2x^2)^3$

б) $(-1\frac{1}{3}xy) \cdot 2\frac{1}{5}x^3y^2$

д) $(1\frac{1}{2}ab^7)^4$

в) $25a^{10}b^5 : 0,2ab$

е) $(2\frac{1}{3}x^3y)^8 \cdot (\frac{3}{7}xy^2)^8$

26. Преобразовать выражение в многочлен стандартного вида

а) $3a(5a+b)$

в) $(x^2-x+1)(-3x)$

б) $(-3a-4b)a^2$

г) $(3x^2-5xy+2y^2)xy$

е) $a^m(a^{m+1}+a^n)$

д) $(x^3-x^2-2x+1)(-x^4)$

27. Выполнить действие и упростить

а) $a(a+b)-b(a-b)$

б) $4(x-8)-3(x+2)$

в) $3(2a-b)-4(a-2b)-7(a-b)$

г) $5a^2-a(3a-5b)-b(5a-3b)$

28. Представить в виде многочлена

а) $(a+4)(a+7)$

г) $(2d-1)(3d+5)$

б) $(b-3)(b+4)$

д) $(y^2-3y+1)(y-1)$

Справочный отдел

$$m(a+b+c) = ma + mb + mc;$$

$$(m+n)(a+b+c) = ma + mb + mc + na + nb + nc.$$

29. Доказать, что значение выражения не зависит от значения переменных

Ⓐ $(d + 3)(d - 4) - (d + 9)(d - 10)$

Ⓑ $c^2 - 7c + 9 - (c - 3)(c - 4)$

Ⓒ $-(d^2 - 5d + 3) + (d + 9)(d - 14)$

Ⓓ $c^4 - (c^2 - 1)(c^2 + 1)$

30. Выполнить действия

Ⓐ $(a + b)(a - b)$

Ⓑ $(c - 3)(c + 3)$

Ⓒ $(2b - c)(2b + c)$

Ⓓ $(7x - 5)(5 + 7x)$

Ⓔ $(a^2 - 3b)(a^2 + 3b)$

Ⓕ $(3a^7 - 2b^3)(2b^3 + 3a^7)$

Ⓖ $(ab - 1)(ab + 1)$

31. Представить выражения в виде многочлена

Ⓐ $a^3 - a(a + 3)(a - 3)$

Ⓑ $(b + 1)(1 - b)b + b^3$

Ⓒ $(a + x)(a - x)(a^2 + x^2)$

Ⓓ $3a^2 - 3(a + 1)(a - 1)$

Ⓐ $a^3 - a(a + 3)(a - 3)$

Ⓑ $(b + 1)(1 - b)b + b^3$

Ⓒ $(a + x)(a - x)(a^2 + x^2)$

Ⓓ $3a^2 - 3(a + 1)(a - 1)$

Ⓔ $4x(x - 2) - (2x + 3)(2x - 3)$

Ⓕ $(c - d)(c^4 + d^4)(c + d)(c^2 + d^2)$

32. Вычислить, используя формулу: $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

а) $41 \cdot 39$

б) $72 \cdot 68$

в) $299 \cdot 301$

г) $65^2 - 35^2$

д) $1,05^2 - 0,95^2$

е) $(12\frac{1}{9})^2 - (2\frac{1}{9})^2$

33. Представить в виде многочлена

а) $(c+d)^2$

б) $(c-d)^2$

в) $(b+5)^2$

г) $(7-d)^2$

д) $(3c-d)^2$

е) $(c^2-d)^2$

ж) $(c^3+d^2)^2$

з) $(2c+2d)^2$

и) $(2c^3+5c^2)^2$

к) $(3c-cd)^2$

л) $(5c+4c^2d)^2$

2) Какое выражение надо прибавить к $(a-b)^2$, чтобы получить $(a+b)^2$?

4) Дополнить следующие выражения до полного квадрата двучлена:

а) $m^2 - 2mn + ?$;

б) $4a^2 + 12ab + ?$;

в) $25x^2 + ? + 49b^2$;

г) $1 - 2a + ?$; д) $1 + ? + 25b^2$.

Справочный отдел

Формулы сокращенного умножения:

1. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$;

2. $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$;

3. $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$;

4. $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$;

5. $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$;

6. $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$;

7. $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$.

34. Выполнить действие

а $(c+d)(c^2-cd+d^2)$

г $(c-2)(c^2+2c+4)$

б $(c-d)(c^2+cd+d^2)$

д $(5+d)(d^2-5d+25)$

в $(c+1)(c^2-c+1)$

е $(1+d^2)(1-d^2+d^4)$

35. Выполнить действие

а $(a+b)^3$

г $(2+a)^3$

ж $(a^2-b^2)^3$

б $(b-c)^3$

д $(b^2-1)^3$

з $(3b-1)^3$

в $(d+1)^3$

е $(a+2b)^3$

и $(3a+2b)^3$

Справочный отдел

$$\bigcirc \cdot (\Delta - \square) = \bigcirc \cdot \Delta - \bigcirc \cdot \square$$

Разложить многочлен на множители значит заменить его произведением, тождественно равным данному многочлену.

Приведем примеры, иллюстрирующие основные приемы разложения многочленов на множители.

1. *Вынесение общего множителя за скобки:*

$$4a^5b(c+1) - 3ab^2(c+1) = ab(c+1)(4a^4 - 3b).$$

2. *Группировка:*

$$\begin{aligned} ab - bc - a + c - b + 1 &= \\ &= (ab - bc - b) - (a - c - 1) = \\ &= b(a - c - 1) - (a - c - 1) = (a - c - 1)(b - 1). \end{aligned}$$

3. *Применение формул сокращенного умножения:*

$$\begin{aligned} 4a^2c^2 - (a^2 + c^2 - b^2)^2 &= \\ &= (2ac + (a^2 + c^2 - b^2))(2ac - (a^2 + c^2 - b^2)) = \\ &= ((a+c)^2 - b^2)(b^2 - (a-c)^2) = \\ &= (a+c+b)(a+c-b)(b+a-c)(b-a+c). \end{aligned}$$

36. Упростить выражения и вычислить результат:

1) $2x^3 + 9 - (x + 1)(x^2 - x + 1)$ при $x = \frac{1}{2}$;

2) $a(a+2)(a-2) - (a-3)(a^2+3a+9)$ при $a = \frac{1}{4}$;

37. Вынести за скобки общий множитель

а) $3x - 3y$

б) $6a - 8b$

в) $25p - 5$

г) $a^2 + 3a$

д) $3b^2 + b$

е) $xy - y^2$

ж) $c^2 + c^3$

з) $-5c - 20d$

и) $-2a^2 - 4a$

к) $a^5b + ab^5$

л) $6ad - 9ac - 12ak$

м) $-3ab^2 - 6ab^3 + 18ab$

38. Вынести за скобки общий множитель

а) $a(c+y) - b(c+y)$

б) $p(a-3b) - (a-3b)$

в) $4a(d-5c) + 8b(d-5c)$

г) $a^3(x+y) + a^2(x+y)$

д) $a(d-c) - b(d-c) - c(d-c)$

е) $2a^2(d+c) + a(d+c) + a^3(d+c)$

39. Вынести за скобки общий множитель

- а $d(x-y) - c(x-y)$
- б $d(a-1) + c(1-a)$
- в $a^2(d-3c) - (3c-d)$
- г $2a(d-c) - 5b(c-d) + c(d-c)$
- д $5c(d^2-7) + 3y(7-d^2) - (7-d^2)$
- е $d(a+b-c) + y(c-a-b)$

40. Вынести за скобки общий множитель

- а $d(a+b)^2 + (a+b)^3$
- б $a(a-b) - (a-b)^2$
- в $x + 2y - (x + 2y)^2$
- г $3(a-5) + 2(5-a)^2$
- д $3c(a-b) + (b-a)(5-c)$
- е $3(a+b)^2 - (a+b)(a-b)$

41. Вынести за скобки общий множитель

- а $x(a+b) + (a+b)$
- б $3d(x-y) - (x-y)$
- в $c^2(a+b) - a - b$
- г $2a(x-y) - x + y$
- д $5y(a+b) + 3a + 3b$
- е $4a(d-c) - 5d + 5c$

42. Вынести за скобки общий множитель

- а $ax + ay + 3x + 3y$
- б $ab - ac + 7b - 7c$
- в $da + db - a - b$
- г $a^2 - ab + ac - bc$
- д $x^2 - xy - ax + ay$
- е $4a + 4b - ad - bd$

43. Вынести за скобки общий множитель

- | | |
|----------------------------|------------------------------|
| а) $2a^2 + 2ac - ab - bc$ | г) $2a^2 - ab - 10ab - 5b^2$ |
| б) $2ac - 4ad + 3bc - 6bd$ | д) $14ad - 21ad - 6d + 9c$ |
| в) $6ac - 3ad - 2c + d$ | е) $3 - b - 6a + 2ab$ |

44. Вынести за скобки общий множитель

- | | |
|-------------------------------|------------------------|
| а) $c^2 - d^2$ | ж) $a^4 - b^4$ |
| б) $a^2 - 4$ | з) $(a+b)^2 - c^2$ |
| в) $16 - b^2$ | и) $(1+a)^2 - 16$ |
| г) $a^2b^2 - 1$ | к) $a^2 - (x+y)^2$ |
| д) $0,16a^2 - 25b^2$ | л) $4c^2 - (3c-1)^2$ |
| е) $\frac{1}{9}a^2 - 4c^2d^4$ | м) $25a^2 - (4a+2b)^2$ |

- | |
|------------------------------|
| а) $2a^2 + 2ac - ab - bc$ |
| б) $2ac - 4ad + 3bc - 6bd$ |
| в) $6ac - 3ad - 2c + d$ |
| г) $2a^2 - ab - 10ab - 5b^2$ |
| д) $14ad - 21ad - 6d + 9c$ |
| е) $3 - b - 6a + 2ab$ |

45. Вынести за скобки общий множитель

- | | |
|---------------------------|-----------------------------|
| а) $(2a-3)^2 - (a+4)^2$ | г) $9(2a+b)^2 - 4(a-2b)^2$ |
| б) $(5x+y)^2 - (2x-3y)^2$ | д) $16(2x-y)^2 - 9(x+3y)^2$ |
| в) $(2d-c)^2 - (3c-d)^2$ | е) $25(a+b)^2 - 16(a-b)^2$ |

46. Разложить на множители

- | | |
|----------------------|---------------------------|
| а) $x^2 + y^2 - 2xy$ | г) $-a^2 - 4a - 4$ |
| б) $a^2 + 6a + 9$ | д) $25d^2 - 10d^2c + c^2$ |
| в) $4b^2 - 4b + 1$ | е) $-9c^4 + 12ac - 4a^2$ |

47. Разложить на множители

- | | |
|--------------------------------|----------------------------------|
| а) $x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$ | г) $x^3 - 9x^2 + 27x - 27$ |
| б) $a^3 - 3a^2 + 3a - 1$ | д) $a^3 - 6a^2b + 12ab^2 - 8b^3$ |
| в) $c^3 + 6c^2 + 12c + 8$ | е) $125b^3 - 75b^2 + 15b - 1$ |

48. Разложить на множители

- | | |
|----------------|-------------------|
| а) $a^3 + b^3$ | е) $1 - c^3$ |
| б) $x^3 - 1$ | ж) $8d^3 - 1$ |
| в) $b^3 - c^3$ | з) $27c^3 + d^3$ |
| г) $b^3 + 8$ | и) $27a^3 - 8b^3$ |
| д) $a^3 - 27$ | к) $125 - 27a^3$ |

33.

- | |
|---------------------------|
| а) $3a^3 - 3a$ |
| б) $5a^3b - 20ab$ |
| в) $ac^2 - 2ac + a$ |
| г) $20d^5 + 20d^4 + 5d^3$ |
| д) $(y^2 + 4)^2 - 16y^2$ |
| е) $81 - (y^2 - 6y)^2$ |

49. Разложить на множители

а) $a^2 + 2ab + b^2 - c^2$

г) $x^2 - 4y^2 - x + 2y$

б) $4 - x^2 + 2xy - y^2$

д) $d^2c - 2dc + c - d + 1$

в) $a^2 - b^2 - a - b$

е) $c^5 - c^3 + c^2 - 1$

50. При каких значениях переменных выражение не имеет смысла

1) $\frac{12}{3a - 5}$

3) $\frac{3x + 1}{9y}$

2) $\frac{a + 5}{8 - b}$

4) $\frac{8}{c^2 + 4}$

51. При каких значениях переменных выражение равно нулю

1) $\frac{5 - a}{2b - 14}$

3) $\frac{7a - 1}{3c + 5}$

2) $\frac{3b - 7}{4c}$

4) $\frac{(5 - 3x)(4 + 5x)}{y + 3}$

52. Вписать пропущенные числа, если известно, что выражение не имеет смысла.

а) $\frac{\square + 3}{\triangle - 2}$

б) $\frac{3\square - 5}{2\triangle + 1}$

в) $\frac{(\square - 4)(\circ + 2)}{7\triangle - 9}$

53. Вычислить

а) $\frac{a^2 - b^2}{a + b}$

с) $\frac{25 - a^2}{a - 5}$

д) $\frac{d^2 + 2dc + c^2}{d + c}$

ж) $\frac{4a^2 - 4a + 1}{1 - 2a}$

б) $\frac{c^2 + d^2}{c - d}$

д) $\frac{1 - 16d^2}{4d + 1}$

е) $\frac{d^2 + c^2 - 2dc}{d^2 - c^2}$

з) $\frac{9 - 12y + 4y^2}{4y - 6}$

54. Сократить дробь

а $\frac{ав + а^2}{ав}$

г $\frac{d^3 + d^2 + d + 1}{7 + 7d^2}$

в $\frac{d^3 + d}{d^2 c^2 + c^2}$

б $\frac{xy^2 - x^3}{y^3 - x^2 y}$

д $\frac{ax - ay - x + y}{5a - 5}$

е $\frac{(y + 1)^2 - 1}{y^3 + 2y^2}$

55. Сократить дробь

а $\frac{a^3 + b^3}{a + b}$

д $\frac{8 - x^3}{x^2 - 2x}$

г $\frac{x^3 + 1}{a + ax}$

б $\frac{d^3 - c^3}{d^2 - c^2}$

е $\frac{d^2 + 2d + 1}{d^3 + 1}$

з $\frac{a^3 - 3a^2 + 3a - 1}{a^2 - 1}$

в $\frac{b^3 + c^3}{b^2 + c^2 + 2bc}$

ж $\frac{x^2 - xy + y^2}{x^3 - y^3}$

56. Упростить выражение

а $\frac{d^3 - d^2 c}{c^2} \cdot \frac{c^3}{d - c}$

г $\frac{d^3 + dc^2}{d} : \frac{c^3 + cd^2}{c}$

б $\frac{cb + b^2}{6c} \cdot \frac{3c^2}{b}$

д $\frac{c - d}{2c + 2d} : \frac{4c^2 - 4d^2}{c^2 + cd}$

в $\frac{d^2 - c^2}{12dc} : \frac{d + c}{21d}$

е $\frac{c^2 - 16}{9c^3} \cdot \frac{21c^2}{7c - 28}$

57. Сложение и вычитание дробей.

Выполнить указанные действия:

5) $\frac{a+3}{4} - \frac{a+1}{4};$

6) $\frac{3p-2q}{m} - \frac{p-q}{m};$

7) $\frac{x-1}{4} + \frac{x+2}{4} - \frac{x-3}{4};$

8) $\frac{2x+1}{b} + \frac{3x+1}{b} - \frac{x-2}{b}.$

1) $\frac{a+b}{x+a} + \frac{a-b}{x+a};$

2) $\frac{x+4}{a-2} + \frac{x+3}{a-2};$

1) $\frac{3x-2}{5} + \frac{5x-3}{3};$

2) $\frac{2a-3}{4} + \frac{5a+3}{3};$

3) $\frac{2m+5}{6} - \frac{m-1}{8};$

4) $\frac{4p+3q}{10} - \frac{2p-q}{15}.$

58. 1) $\frac{4a-5b}{12} - \frac{3a-2b}{18};$

2) $\frac{m-3n}{12} - \frac{2m-n}{8};$

3) $\frac{7x+2y}{4} + \frac{3x-y}{6};$

4) $\frac{2b^2-3a^2}{5} - \frac{5a^2-b^2}{4}.$

59. 1) $\frac{2a-3b}{a} + \frac{4a^2-5b^2}{ab};$

2) $\frac{5a^2-b^2}{ab} - \frac{3a-2b}{b};$

3) $\frac{2b^2+3ax}{bx} - \frac{ab+5bx}{ax};$

4) $\frac{3c^2+5ab}{ac} + \frac{b^2-3ac}{bc}.$

60. 1) $\frac{a}{2x} - \frac{b}{3x^2};$

2) $\frac{5x}{ab} + \frac{2y}{3a^2b} - \frac{3}{6a^2b^2};$

3) $\frac{3x}{4x^2b} + \frac{5x}{2ab^2} - \frac{7}{6a^2b};$

4) $\frac{5a}{6b^2c} - \frac{7b}{12ac^2} + \frac{11c}{18a^2b}.$

61. 1) $\frac{a-1}{2} + \frac{3a-1}{4} - \frac{5a-1}{6};$

2) $\frac{2a+3b}{2} - \frac{a-2b}{3} + \frac{a-b}{4};$

3) $\frac{x-3y}{4} - \frac{3(y-2x)}{6};$

Выполнить действия:

62. 1) $\frac{3}{x+y} - \frac{5}{x}$; 2) $\frac{4}{x-y} + \frac{1}{x}$;

63. 1) $\frac{5}{2x-2} + \frac{3}{4x-4}$; 2) $\frac{7}{5a+5} - \frac{3}{10a+10}$;
3) $\frac{a}{3a+3b} - \frac{2a}{6a+6b}$; 4) $\frac{3x}{4x+4y} - \frac{x}{8x+8y}$.

64. 1) $\frac{7a}{x^2-9} + \frac{5a}{x-3} + \frac{a}{x+3}$; 2) $\frac{4}{x+2} + \frac{3}{x-2} - \frac{x+2}{x^2-4}$;
3) $\frac{m}{1-a} - \frac{m}{1+a} + \frac{m}{1-a^2}$; 4) $\frac{1}{a+2} + \frac{1}{a-2} - \frac{4}{a^2-4}$.

65. 1) $\frac{m-n}{2m+2n} + \frac{m^2+n^2}{m^2-n^2}$; 2) $\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2} - \frac{x+y}{2x-2y}$;
3) $\frac{7a-1}{2a^2+6a} + \frac{5-3a}{a^2-9}$; 4) $\frac{a-b}{5a+5b} - \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$.

66. 1) $\frac{5}{2n-3} + \frac{2}{2n+3} - \frac{n-1}{9-4n^2}$;
2) $\frac{1}{3m-2} - \frac{4}{2+3m} - \frac{3m-5}{4-9m^2}$;
3) $\frac{1}{p-3} - \frac{3}{2p+6} - \frac{p}{2p^2-12p+18}$;
4) $\frac{7}{m} - \frac{4}{m-2n} - \frac{m-n}{4n^2-m^2}$.

67. 1) $\frac{1}{x-2a} + \frac{1}{x+2a} + \frac{8a^2}{4a^2x-x^2}$;
2) $\frac{4x-3}{3-2x} - \frac{4+5x}{3+2x} - \frac{3+x-10x^2}{4x^2-9}$;

Умножение и деление дробей.

Выполнить указанные действия:

68. 1) $\frac{9a}{16b} \cdot \frac{2}{3}$; 2) $\frac{8c}{21d^2} : \frac{6c^2}{7d}$; 3) $\frac{x^4}{y^3} \cdot \frac{y^2}{x^3}$; 4) $\frac{3ab}{4xy} \cdot \frac{10x^2y}{21a^2b}$;
5) $3m \cdot \frac{n}{12m}$; 6) $5a : \frac{15a}{b}$; 7) $\frac{12xy}{25z} : 8x^2$; 8) $\frac{5c}{28d^2} \cdot 21cd$.

7. 1) $\frac{9xy}{5ab} \cdot \frac{3ab}{4yz} \cdot \frac{4bz}{3axy}$; 2) $\frac{2ax}{yz} : \frac{3bx}{ay} : \frac{9b^2z}{8a^2xy}$;
3) $\left(\frac{8b^2cd}{9a^5} : \frac{7cd}{12a^3}\right) \cdot \frac{28a^4}{3b^2}$; 4) $\frac{3p^2mq}{2a^2b^2} \cdot \frac{3abc}{8x^2y^2} : \frac{9a^2b^2c^3}{28pxy}$.

6. 1) $\frac{a^2 - ab}{b} \cdot \frac{b^2}{a}$; 2) $\frac{ab + b^2}{9} \cdot \frac{3a}{b^2}$;
3) $\frac{x^2 - y^2}{6x^2y^2} : \frac{x + y}{3xy}$; 4) $\frac{x^2 + xy}{x} : \frac{xy + y^2}{y}$.

69. 1) $\frac{a^2b - 4b^3}{3ab^2} \cdot \frac{a^2b}{a^2 - 2ab}$; 2) $\frac{4p^2 - 9q^2}{p^2q^2} : \frac{2ap + 3aq}{2pq}$;
3) $\frac{x^2 - xy}{x^2 + xy} \cdot \frac{x^2y + xy^2}{xy}$; 4) $\frac{c + d}{c - d} : \frac{c^2 + cd}{2c^2 - 2d^2}$.

70. 1) $\frac{a^2 - b^2}{a^2} \cdot \frac{a^4}{(a + b)^2}$; 2) $\frac{a^2 - 25}{a^2 - 3a} : \frac{a^2 + 5a}{a^2 - 9}$;
3) $\frac{x^2 - 4y^2}{x^2 - xy} \cdot \frac{x - y}{x^2 + 2xy}$; 4) $\frac{3m^2 - 3n^2}{m^2 + mp} : \frac{6m - 6n}{m + p}$.

71. 1) $\frac{a^2 - b^2}{(a + b)^2} \cdot \frac{3a + 3b}{4a - 4b}$; 2) $\frac{5 - 5a}{(1 + a)^2} : \frac{10 - 10a^2}{3 + 3a}$;
3) $-\frac{(a + b)^2}{(a - b)^2} \cdot \frac{3(a - b)^2}{4(a + b)^2}$; 4) $\frac{(x + y)^2}{xy - y^2} : \left[-\frac{xy + y^2}{(x - y)^2}\right]$.

72. 1) $\frac{5m - 5n}{4m + 4n} \cdot \frac{8m + 8n}{15m - 15n}$; 2) $\frac{2a + 2b}{3a - 3b} : \frac{6a + 6b}{5a - 5b}$;
3) $\frac{ax + ay}{x^2 - 2xy + y^2} \cdot \frac{2x + 2y}{ax^2 + 2axy + ay^2}$;
4) $\frac{am^2 - an^2}{m^2 + 2mn + n^2} : \frac{am^2 - 2amn + an^2}{3m + 3n}$.

$$73. \quad 1) \frac{2a^3 - 2b^3}{3a + 3b} \cdot \frac{6a^2 - 6b^2}{a^2 - 2ab + b^2}; \quad 2) \frac{x^2 + xy}{5x^2 - 5y^2} \cdot \frac{x^2 - xy}{3x^3 + 3y^3};$$

$$3) \frac{a^4 - x^4}{a^3 - x^3} \cdot \frac{a^2 + x^2}{a^2 - x^2}; \quad 4) \frac{5x^2 - 10xy}{x^2 + 4y^2} \cdot \frac{x^4 - 16y^4}{15(x-2y)^2}.$$

$$74. \quad 1) \frac{3a^2 + 3ab + 3b^2}{4a + 4b} \cdot \frac{2a^2 - 2b^2}{9a^3 - 9b^3};$$

$$2) \frac{5x^2 - 10xy + 5y^2}{2x^2 - 2xy + 2y^2} \cdot \frac{8x - 8y}{10x^3 + 10y^3};$$

75. Преобразование алгебраических выражений

Упростить:

$$1. \quad \left(\frac{a}{a+1} + 1 \right) : \left(1 - \frac{3a^2}{1-a^2} \right);$$

$$2. \quad \left(\frac{2m+1}{2m-1} - \frac{2m-1}{2m+1} \right) : \frac{4m}{10m-5};$$

$$3. \quad \left(\frac{a+1}{2a-2} + \frac{6}{2a^2-2} - \frac{a+3}{2a+2} \right) \cdot \frac{4a^2-4}{3};$$

$$4. \quad \left(\frac{5a}{a+x} + \frac{5x}{a-x} + \frac{10ax}{a^2-x^2} \right) \left(\frac{a}{a+x} + \frac{x}{a-x} - \frac{2ax}{a^2-x^2} \right);$$

$$5. \quad \left(\frac{b}{b^2+ab} - \frac{2}{a+b} + \frac{a}{b^2+ab} \right) : \left(\frac{b}{a} - 2 + \frac{a}{b} \right);$$

$$6. \quad \left(\frac{3a}{1-3a} + \frac{2a}{3a+1} \right) : \frac{6a^2+10a}{1-6a+9a^2};$$

$$7. \quad (x^2 - 1) \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} - 1 \right);$$

$$8. \quad \left(\frac{x^2}{y^2} + \frac{y}{x} \right) : \left(\frac{x}{y^2} - \frac{1}{y} + \frac{1}{x} \right);$$

9. $\left(\frac{b}{a^2 - ab} + \frac{a}{b^2 - ab} \right) \frac{a^2b + ab^2}{a^2 - b^2}.$
10. $\left(\frac{2a}{a + 2} + \frac{2a}{6 - 3a} + \frac{8a}{a^2 - 4} \right) : \frac{a - 4}{a - 2}.$
11. $\left(\frac{a - 1}{3a + (a - 1)^2} - \frac{1 - 3a + a^2}{a^3 - 1} - \frac{1}{a - 1} \right) : \frac{a^2 + 1}{1 - a}.$
12. $\left(\frac{a^2 - ab}{a^2b + b^3} - \frac{2a^2}{b^3 - ab^2 + a^2b - a^3} \right) \left(1 - \frac{b - 1}{a} - \frac{b}{a^2} \right).$
13. $\left(\frac{a^2}{a + n} - \frac{a^3}{a^2 + n^2 + 2an} \right) : \left(\frac{a}{a + n} - \frac{a^2}{a^2 - n^2} \right).$
14. $\left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{2}{x + y} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) \right) : \frac{x^3 + y^3}{x^2y^2}.$
15. $\left(\frac{1}{2a - b} + \frac{3b}{b^2 - 4a^2} - \frac{2}{2a + b} \right) : \left(\frac{4a^2 + b^2}{4a^2 - b^2} + 1 \right).$
16. $\left(\frac{2ab}{4a^2 - 9b^2} + \frac{b}{3b - 2a} \right) : \left(1 - \frac{2a - 3b}{2a + 3b} \right).$
17. $\left(\frac{p^2 - q^2}{pq} - \frac{1}{p + q} \left(\frac{p^2}{q} - \frac{q^2}{p} \right) \right) : \frac{p - q}{p}.$
18. $\left(\frac{b^2 + a^2}{b^2a^2} \left(\frac{1}{b^2} - \frac{1}{a^2} \right) - \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2} \right) \right) : \frac{a^2 + b^2 + a^2b^2}{a^2b^2}.$
19. $\left(\frac{b}{a^2 - ab} + \frac{a}{b^2 - ab} \right) \frac{a^2b + ab^2}{a^2 - b^2}.$
20. $\left(\frac{2a}{a + 2} + \frac{2a}{6 - 3a} + \frac{8a}{a^2 - 4} \right) : \frac{a - 4}{a - 2}.$
21. $\left(\frac{a - 1}{3a + (a - 1)^2} - \frac{1 - 3a + a^2}{a^3 - 1} - \frac{1}{a - 1} \right) : \frac{a^2 + 1}{1 - a}.$

$$22. \left(\frac{a^2 - ab}{a^2b + b^3} - \frac{2a^2}{b^3 - ab^2 + a^2b - a^3} \right) \left(1 - \frac{b-1}{a} - \frac{b}{a^2} \right)$$

$$23. \left(\frac{a^2}{a+n} - \frac{a^3}{a^2+n^2+2an} \right) : \left(\frac{a}{a+n} - \frac{a^2}{a^2-n^2} \right)$$

$$24. \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{2}{x+y} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) \right) : \frac{x^3 + y^3}{x^2y^2}$$

$$25. \left(\frac{1}{2a-b} + \frac{3b}{b^2-4a^2} - \frac{2}{2a+b} \right) : \left(\frac{4a^2+b^2}{4a^2-b^2} + 1 \right)$$

$$26. \left(\frac{2ab}{4a^2-9b^2} + \frac{b}{3b-2a} \right) : \left(1 - \frac{2a-3b}{2a+3b} \right)$$

$$27. \left(\frac{1}{a^2-ab} - \frac{3b^2}{a^4-ab^3} - \frac{b}{a^3+a^2b+ab^2} \right) \left(b + \frac{a^2}{a+b} \right)$$

$$28. \left(\frac{a^2}{a^2-b^2} - \frac{a^2b}{a^2+b^2} \left(\frac{a}{ab+b^2} + \frac{b}{a^2+ab} \right) \right) : \frac{b}{a-b}$$

$$29. \frac{a^2+b^2}{ab} \cdot \left(\frac{6a+b}{a^2-b^2} ; \frac{6a^3+b^3+a^2b+6ab^2}{2ab^2-2a^2b} + \frac{a+b}{a^2+b^2} \right)$$

$$30. \left(\frac{x}{xy+y^2} - \frac{x^2+y^2}{x^3-xy^2} + \frac{y}{x^2-xy} \right) ; \frac{x^2-2xy+y^2}{x^3+y^3}$$

Найти значение выражения, упростив его:

$$24. \frac{1}{a-2} - \frac{a}{a^2-4} \left(\frac{1}{a^2-a} - \frac{1}{a-1} \right) \quad \text{при } a = 3.$$

$$25. \left(\frac{5}{x-5} - \frac{5}{x+5} \right) \cdot \frac{x^2+10x+25}{50} \quad \text{при } x = 15.$$

$$26. \left(a - \frac{1}{1-a} \right) : \frac{a^2 - a + 1}{a^2 - 2a + 1} \quad \text{при } a = 6.$$

$$27. \left(\frac{a}{1+a} + 1 \right) : \left(1 - \frac{3a^2}{1-a^2} \right) \quad \text{при } a = 2.$$

28. Записать произведение трех последовательных натуральных чисел, большее из которых n .

29. Записать произведение трех последовательных натуральных чисел, меньшее из которых $n + 3$.

Арифметическое значение корня

1. а $\sqrt{121}$ г $\sqrt{(-5)^2}$ ж $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2}$ к $\sqrt{(1-\sqrt{3})^2}$
 б $\sqrt[3]{27}$ д $\sqrt[4]{(-2)^4}$ з $\sqrt{(3-\sqrt{5})^2}$ л $\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}$
 в $\sqrt[4]{16}$ е $\sqrt{(2+\sqrt{3})^2}$ и $\sqrt{(2-\sqrt{7})^2}$ м $\sqrt[4]{(\sqrt{5}-2)^4}$

Справочный отдел

Чтобы уточнить применение символа $\sqrt[n]{a}$, рассмотрим понятие арифметического значения корня.

Арифметическим корнем n -й степени из неотрицательного числа a называется неотрицательное число b , для которого $b^n = a$.

Например, $\sqrt{25}$, $\sqrt[3]{1}$, $\sqrt[4]{16}$, $\sqrt[7]{0}$ имеют соответственно такие арифметические значения: 5, 1, 2, 0, а для $\sqrt{-1}$ и $\sqrt[3]{-27}$ не существует арифметических значений.

Далее символом $\sqrt[n]{a}$, где n — четное натуральное число и $a \geq 0$, обозначим арифметическое значение корня, а если n — нечетное натуральное число и a — любое действительное число, то этим же символом $\sqrt[n]{a}$ обозначим единственное действительное значение корня (арифметическое для $a \geq 0$ и неарифметическое для $a < 0$). Например, вследствие такой договоренности $\sqrt{81} = 9$, $\sqrt[4]{16} = 2$, $\sqrt[3]{-27} = -3$.

2. Вычислить

а $\sqrt{16 \cdot 25 \cdot 9}$

г $\sqrt[3]{64 \cdot 125 \cdot 8}$

ж $\sqrt{\frac{49}{36}}$

б $\sqrt{64 \cdot 81 \cdot 36}$

д $\sqrt[4]{16 \cdot 625 \cdot 81}$

з $\sqrt{3\frac{1}{16}}$

в $\sqrt{121 \cdot 16 \cdot 4}$

е $\sqrt[5]{32 \cdot 243}$

и $\sqrt[3]{-2\frac{10}{27}}$

к $\sqrt[4]{5\frac{1}{16}}$

3. Вынести из под знака радикала (считать, что буквы в подрадикальных выражениях положительны)

а $\sqrt{27}$

б $\sqrt{a^3}$

в $\sqrt[3]{16y^5}$

г $\sqrt[4]{32a^5b^7c}$

д $\frac{2}{3}\sqrt[3]{27a^8b^9c^5}$

е $\sqrt[3]{\frac{a^6b}{x^6b^9}}$

ж $a\sqrt{\frac{25b^5}{9a^4}}$

з $\frac{a}{b}\sqrt[3]{\frac{81b^6c^5}{a^9}}$

и $\frac{a^2b}{c}\sqrt[5]{\frac{c^{10}b^6}{a^{10}}}$

4. Внести множители под радикал

а $2\sqrt{2}$

б $a\sqrt{5}$

в $\frac{3}{4}\sqrt{a}$

е $ab\sqrt{\frac{a}{b}}$

ж $\frac{a}{b}\sqrt[3]{\frac{b}{a}}$

$$\textcircled{\Gamma} \quad a^2 \sqrt{5ab}$$

$$\textcircled{\text{Д}} \quad 2b \sqrt[3]{b^2c}$$

$$\textcircled{\text{е}} \quad ab \sqrt{\frac{a}{b}}$$

$$\textcircled{\text{Ж}} \quad \frac{a}{b} \sqrt[3]{\frac{b}{a}}$$

5. Выполнить действия

$$\textcircled{\text{а}} \quad (b + \sqrt{2})(b - \sqrt{2})$$

$$\textcircled{\text{б}} \quad (5 - \sqrt{5})(5 + \sqrt{5})$$

$$\textcircled{\text{в}} \quad (3\sqrt{2} - 4)(3\sqrt{2} + 4)$$

$$\textcircled{\Gamma} \quad (3\sqrt{2} + 2\sqrt{3})(3\sqrt{2} - 2\sqrt{3})$$

$$\textcircled{\text{Д}} \quad (2\sqrt{3} - 5\sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})$$

6. Разложить на множители

$$\textcircled{\text{а}} \quad \sqrt{2} + \sqrt{6}$$

$$\textcircled{\text{б}} \quad \sqrt{14} + \sqrt{21}$$

$$\textcircled{\text{в}} \quad 5 + \sqrt{15}$$

$$\textcircled{\Gamma} \quad 2 - \sqrt{2}$$

$$\textcircled{\text{Д}} \quad b + \sqrt{b}$$

$$\textcircled{\text{е}} \quad bc - \sqrt{b}$$

7. Упростить

$$\textcircled{\text{а}} \quad 3b^2c \sqrt{\frac{12}{bc}}$$

$$\textcircled{\text{б}} \quad \frac{5b^2}{7c^2} \sqrt{\frac{49c^5}{5b}}$$

$$\textcircled{\text{Д}} \quad \sqrt{4b^6c^2 + 12b^4c^3}$$

$$\textcircled{\text{в}} \quad \frac{3b^4c}{2y^3} \sqrt{\frac{4y^7}{9b^5c}}$$

$$\textcircled{\Gamma} \quad \frac{2xy^2}{3b^2c} \sqrt{\frac{9b^5c^4}{8xy^3}}$$

8. Упростить

а $(2\sqrt{18} + 3\sqrt{8}) + (3\sqrt{32} - \sqrt{50})$

б $(2\sqrt{20} - \sqrt{45} + 3\sqrt{18}) + (\sqrt{72} - \sqrt{80})$

в $(5\sqrt{b} - 3\sqrt{25b}) + 2(\sqrt{36b} + 2\sqrt{9b})$

г $(\sqrt[3]{125b} - \sqrt[3]{8b}) - (\sqrt[3]{27b} - \sqrt[3]{64b})$

д $(\sqrt[4]{b} + \sqrt[4]{16b}) + (\sqrt[4]{81b} - \sqrt[4]{625b})$

е $(\sqrt{9x} - \sqrt[3]{8b}) - (\sqrt[3]{27b} - \sqrt{16c})$

9. Сократить дробь

а $\frac{\sqrt{6} + 2}{\sqrt{21} + \sqrt{14}}$

в $\frac{3 + \sqrt{3}}{\sqrt{33} + \sqrt{11}}$

б $\frac{5 - \sqrt{35}}{\sqrt{10} - \sqrt{14}}$

г $\frac{\sqrt[3]{B^2C} - \sqrt[3]{BC^2}}{\sqrt[3]{B^2} - \sqrt[3]{BC}}$

10.

Выполнить указанные действия

а $(1 - \sqrt{3})^2$

б $(\sqrt{5} + 1)^2$

в $(\sqrt{5} - \sqrt{10})^2$

г $(\sqrt{4 + \sqrt{7}} + \sqrt{4 - \sqrt{7}})^2$

д $(\sqrt{7 + \sqrt{13}} + \sqrt{7 - \sqrt{13}})^2$

е $(\sqrt{4 + 2\sqrt{3}} - \sqrt{4 - 2\sqrt{3}})^2$

ж $(\sqrt{3 - \sqrt{5}} - \sqrt{3 + \sqrt{5}})^2$

1. Уничтожить иррациональность в знаменателе дроби

11.

а $\frac{8}{\sqrt{2}}$
 б $\frac{12}{3\sqrt{3}}$
 в $\frac{5x^2}{2\sqrt{x}}$
 г $\frac{2}{\sqrt[3]{4}}$
 д $\frac{2}{\sqrt[4]{8}}$

а $\frac{8}{\sqrt{2}}$
 б $\frac{12}{3\sqrt{3}}$
 в $\frac{5x^2}{2\sqrt{x}}$
 г $\frac{2}{\sqrt[3]{4}}$
 д $\frac{2}{\sqrt[4]{8}}$

е $\frac{B}{\sqrt[7]{B^4}}$
 ж $\frac{B}{C\sqrt[5]{B}}$
 з $\frac{1}{\sqrt{B-C}}$
 и $\frac{B-C}{\sqrt[3]{B-C}}$
 к $\frac{18}{\sqrt{7}-1}$

2. Уничтожить иррациональность в знаменателе дроби

а $\frac{6}{2+\sqrt{2}}$
 б $\frac{18}{\sqrt{7}-1}$
 в $\frac{x}{\sqrt{x+1}}$
 г $\frac{B^2-C^2}{\sqrt{B}-\sqrt{C}}$

д $\frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$
 е $\frac{8}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$
 ж $\frac{9}{2\sqrt{3}-3}$

з $\frac{15}{5\sqrt{3}-3\sqrt{5}}$
 и $\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5}}$
 к $\frac{1}{\sqrt[3]{2}-1}$

12. Выполнить действия

а $\frac{5}{2+\sqrt{3}} + \frac{3}{3-\sqrt{2}} - \frac{2}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$

б $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} - \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$

в $\frac{1}{x+x\sqrt{y}} - \frac{1}{x-x\sqrt{y}}$

г $\frac{x}{\sqrt{xy}+y} + \frac{y}{\sqrt{xy}-y} - \frac{x+y}{\sqrt{xy}}$

13. Выполнить действия

$$\text{а) } \frac{1}{x + \sqrt{x^2 - y^2}} + \frac{1}{x - \sqrt{x^2 - y^2}}$$

$$\text{б) } \left(1 + \frac{x}{\sqrt{x^2 - y^2}}\right) : (x + \sqrt{x^2 - y^2})$$

$$\text{в) } \left(\frac{3}{\sqrt{1+x}} + \sqrt{1-x}\right) : \left(\frac{3}{\sqrt{1-x^2}} + 1\right)$$

$$\text{г) } \left(\sqrt{x} + \frac{xy^2 + c}{\sqrt{xy^2 + c}}\right) : (y\sqrt{x} + y\sqrt{xy^2 + c})$$

14. Выполнить действия

$$\text{а) } \left(\sqrt{xy} - \frac{xy}{x + \sqrt{xy}}\right) : \frac{\sqrt[4]{xy} - \sqrt{y}}{x - y}$$

$$\text{б) } \left(\frac{b + \sqrt{b^2 - c^2}}{b - \sqrt{b^2 - c^2}} - \frac{b - \sqrt{b^2 - c^2}}{b + \sqrt{b^2 - c^2}}\right) : \frac{4b\sqrt{b^2 - c^2}}{c^2}$$

$$\text{в) } (1 - b^2) : \left(\left(\frac{1 - b\sqrt{b}}{1 - \sqrt{b}} + \sqrt{b}\right)\left(\frac{1 + b\sqrt{b}}{1 + \sqrt{b}} - \sqrt{b}\right)\right) + 1$$

$$\text{г) } \left(\frac{b\sqrt{b} + c\sqrt{c}}{\sqrt{b} + \sqrt{c}} - \sqrt{bc}\right) : (b - c) + \frac{2\sqrt{c}}{\sqrt{b} + \sqrt{c}}$$

15. Найти ошибку в доказательстве софизма $2 \times 2 = 5$

ВОЗЬМЕМ РАВЕНСТВО $16 - 36 = 25 - 45$

$$16 - 36 + 20 \frac{1}{4} = 25 - 45 + 20 \frac{1}{4}$$

$$4^2 - 2 \cdot 4 \cdot \frac{9}{2} + \left(\frac{9}{2}\right)^2 = 5^2 - 2 \cdot 5 \cdot \frac{9}{2} + \left(\frac{9}{2}\right)^2$$

$$\left(4 - \frac{9}{2}\right)^2 = \left(5 - \frac{9}{2}\right)^2$$

ИЗВЛЕКАЯ КВАДРАТНЫЙ КОРЕНЬ, ПОЛУЧИМ

$$4 - \frac{9}{2} = 5 - \frac{9}{2}$$

$$4 = 5$$

$$2 \cdot 2 = 5 \quad (!?)$$

16. Вычисляя числовое значение выражения

$$4a + \sqrt{16 - 40a + 25a^2} \text{ при } a=2.$$

УЧАЩИЕСЯ ПОЛУЧИЛИ РАЗЛИЧНЫЕ ОТВЕТЫ

I УЧЕНИК

$$\begin{aligned} 4a + \sqrt{(4-5a)^2} &= \\ = 4a + 4 - 5a &= 4 - a = \\ = 4 - 2 &= 2 \end{aligned}$$

II УЧЕНИК

$$\begin{aligned} 4 \cdot 2 + \sqrt{16 - 40 \cdot 2 + 25 \cdot 2^2} &= \\ = 8 + \sqrt{16 - 80 + 100} &= \\ = 8 + \sqrt{36} &= 8 + 6 = 14 \end{aligned}$$

КАКОЙ ИЗ УЧЕНИКОВ ПОЛУЧИЛ ПРАВИЛЬНЫЙ ОТВЕТ?
ПОЧЕМУ?

17. Извлекь корень:

1) $\sqrt{\sqrt[3]{a^2}}$; 2) $\sqrt{2\sqrt{3}}$; 3) $\sqrt{3\sqrt[3]{2}}$; 4) $\sqrt[3]{ab\sqrt{a}}$.

Уничтожить иррациональность в знаменателе дроби:

18. 1) $\frac{12}{5\sqrt{3}}$; 2) $\frac{2}{\sqrt[3]{4}}$; 3) $\frac{3}{\sqrt[3]{3}}$; 4) $\frac{a}{\sqrt[n]{a}}$.

19. 1) $\frac{2}{2 - \sqrt{2}}$; 2) $\frac{x - y}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}$; 3) $\frac{15}{5\sqrt{3} - 3\sqrt{5}}$.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ЛЮБИТЕЛЕЙ ПОДУМАТЬ

1. Вписать пропущенные числа и закончить вычисления

1) $\frac{2}{7} - \frac{\triangle}{\square} = \frac{2 \cdot 6 - 7 \cdot 5}{\bigcirc}$

2) $2 \frac{\square}{7} : \bigcirc \frac{3}{5} = \frac{18}{7} : \frac{18}{5}$

2. Используя четыре раза цифру 3, составьте выражения, значения которых равно:

0	5
1	6
2	7
3	8
4	9

2. Найти неизвестное число

а

$x^2 + 5xy$	\bigcirc $\bigcirc \bigcirc \bigcirc$	16
$3x - y^2$	$\bigcirc \bigcirc$ $\bigcirc \bigcirc$ $\bigcirc \bigcirc$ $\bigcirc \bigcirc$	-10
$x + xy$	$\bigcirc \bigcirc \bigcirc$ $\bigcirc \bigcirc$ \bigcirc	?

б

СТРОЙНА	ТРОЙНА	$x^2 - 5x$	-4
ФАЗАН	ФАЗА	$x^2 + 3$?

3. Найти неизвестное число

а

МАСТЕР ПО ПОШИВУ ОДЕЖДЫ	САПОЖНИК
$2(4 - 7a) - 3(a + 3)$?

б

$4a^2 - 3a + 7$	$5a^2 + 9a - 6$?

4. Найти неизвестное выражение

1)

ПРОФЕССИОНАЛЬНО-
ТЕХНИЧЕСКОЕ УЧИЛИЩЕ

ПТУ

$$\frac{24 a^5 b^7 c}{21 a b^9}$$

?

2)

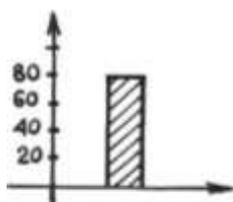
345

$3,45 \cdot 10^2$

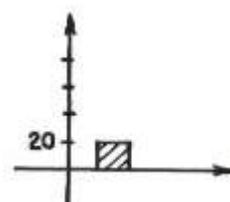
$$(a^3 - 2a - 1)(a + 3)$$

?

5. Найти неизвестное выражение



60



$$3(2a^2 - 3a - 5)$$

$$4(a^2 + a - 7)$$

?

6. Найти неизвестное выражение

а)

8

14

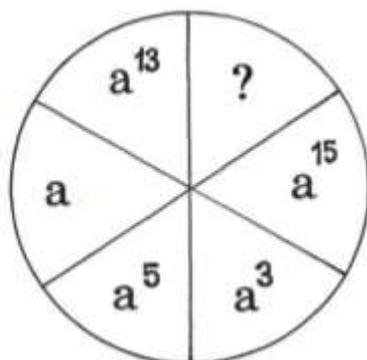
$\frac{4}{7}$

$18a^5b$

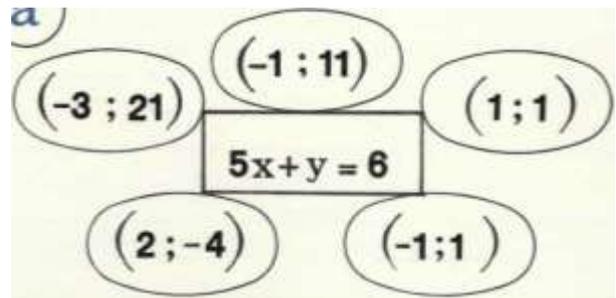
$24ab^4$

?

б)



7. Исключить пару чисел



8. Найти неизвестное выражение

а)

НАЧАЛО ДНЯ

УТРО

$$(a - b)(a + b)(a^2 + b^2) + b^4 \quad ?$$

б)

$$3 a b^7$$



$$27 a^3 b^{21}$$

$$3 a - 2 b$$



?

9. Найти неизвестное выражение

$$\frac{6}{25}$$

$$\frac{3}{10}$$

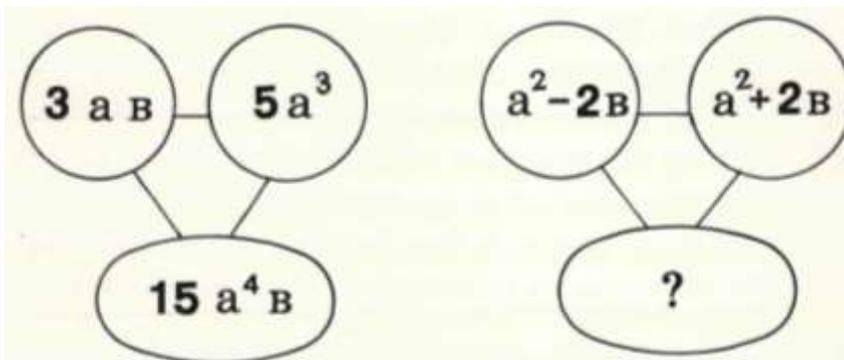
$$\frac{4}{5}$$

$$18 a^{17} b^5$$

$$3 a b^3$$

?

10. Найти неизвестное выражение



10. Найти неизвестное выражение

УНИВЕРСАЛЬНЫЙ
МАГАЗИН

УНИВЕРСАМ

$$\frac{ax + ay + bx + by}{2x + 2y}$$

?

11. Найти неизвестное число

$$\frac{a^3}{av^4}$$

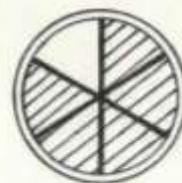
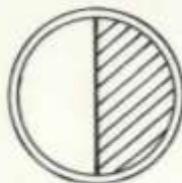
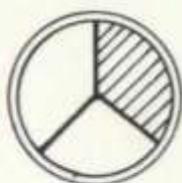
$$\frac{a^2}{v^4}$$

$$\frac{8^6 9^{10}}{27^7 16^4}$$

?

12. а)

НАЙДИТЕ НЕИЗВЕСТНОЕ ВЫРАЖЕНИЕ,
ЕСЛИ ИЗВЕСТНО, ЧТО $a \geq 7$

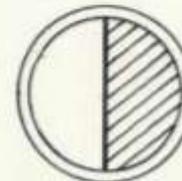


$$\sqrt{(3a - 20)^2}$$

$$\sqrt{(7 - 2a)^2}$$

?

б)



$$\sqrt{(24 - 5a)^2}$$

$$\sqrt{(4a - 7)^2}$$

?

13. НАЙДИТЕ НЕИЗВЕСТНОЕ ВЫРАЖЕНИЕ

ПОДЗЕМНАЯ ЧАСТЬ
РАСТЕНИЯ

КОРЕНЬ

$$(\sqrt{12} + \sqrt{108}) - (\sqrt{27} + \sqrt{75})$$

?

14. НАЙДИТЕ НЕИЗВЕСТНОЕ СЛОВО

ВОСТОК

$$\sqrt{x-4} + \sqrt{5-x}$$

ВОСК

ТРЕСКА

$$\sqrt{x-6}$$

?

15.

НАЙДИТЕ НЕИЗВЕСТНОЕ ВЫРАЖЕНИЕ

$$\frac{1}{\sqrt[3]{x}}$$
$$\frac{y}{\sqrt{y}}$$
$$\frac{1}{\sqrt{5-2}}$$

$$\frac{\sqrt[3]{x^2}}{x}$$
$$\sqrt{y}$$

?

16.

НАЙДИТЕ НЕИЗВЕСТНОЕ ЧИСЛО

$$\sqrt[3]{2}$$

$$\sqrt{2}$$

$$\textcircled{2}$$

$$\sqrt[8]{2}$$

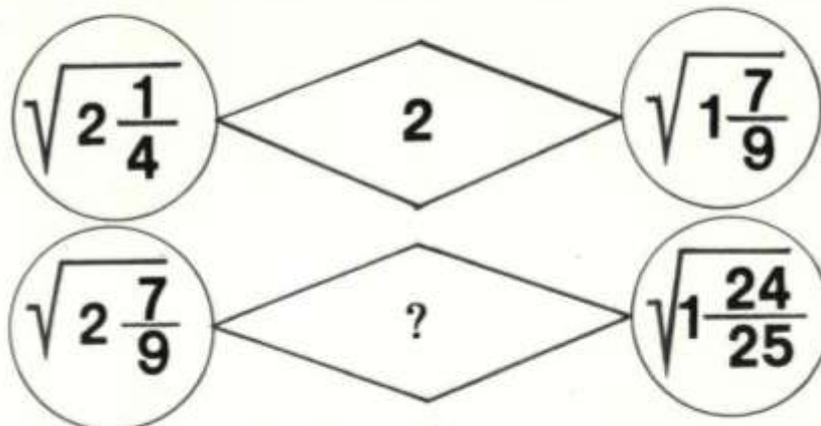
$$\sqrt{8}$$

$$\sqrt{6}$$

$$\textcircled{?}$$

$$\sqrt{12}$$

17. НАЙДИТЕ НЕИЗВЕСТНОЕ ЧИСЛО



18.

$$a\sqrt{b} \quad A(5; 4) \quad 10$$

$$b\sqrt{a} \quad B(1; -3) \quad ?$$

19.

НАЙДИТЕ НЕИЗВЕСТНОЕ ВЫРАЖЕНИЕ

ТВЕРДАЯ ДОЗИРОВАННАЯ
ФОРМА ЛЕКАРСТВЕННЫХ
СРЕДСТВ

ТАБЛЕТКА

$$\sqrt{125a} - 4\sqrt{5a} + \sqrt{20a} \quad ?$$

20. НАЙДИТЕ НЕИЗВЕСТНОЕ ЧИСЛОВОЕ
ВЫРАЖЕНИЕ

$$\frac{8^3}{4^7} \qquad \frac{1}{32}$$

$$\frac{3 + \sqrt{6}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} \qquad ?$$

21. а)

ИСКЛЮЧИТЕ ЛИШНЕЕ ВЫРАЖЕНИЕ

$$b^{15} c, \quad b^{13} c^4, \quad b^{10} c^5, \quad b^{11} c^7, \quad b^9 c^{10}$$

б) $a^3 - 8$ $a^2 + 2a + 4$ $a - 2$

$12 a^3 b^7$ $3 a b^3$ $?$

22. НАЙДИТЕ НЕИЗВЕСТНОЕ ЧИСЛО

$$\sqrt{6 \frac{1}{4}} \qquad \frac{2}{5}$$

$$\sqrt{1 \frac{7}{9}} \qquad ?$$