



МАТЕМАТИКА. ПРАКТИЧЕСКИЙ КУРС В ПОМОЩЬ ПОВТОРЯЮЩИМ МАТЕМАТИКУ ПО СПРАВОЧНИКАМ **ГЕОМЕТРИЯ** Тема 4-5. ПЛАНИМЕТРИЯ

Содержание

1. Подобные треугольники,
2. Метрические соотношения между элементами треугольника
3. Окружность и круг. Вписанные и некоторые другие углы
4. Вписанные и описанные окружности
5. Пропорциональные отрезки в круге
6. Четырёхугольник, описанный вокруг окружности

Подобные треугольники

351. $MK \parallel AC$, $MK = 3$,
 $AC = 15$, $KC = 4$.
 Найдите BC .

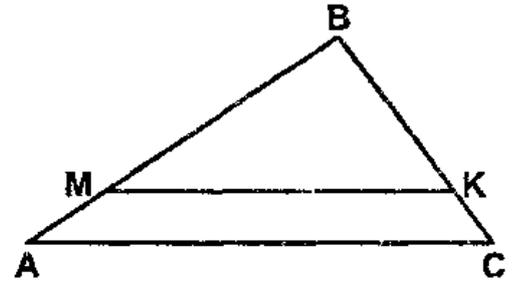
352. $MK \parallel AC$, $AM = 8$,
 $MK = 5$, $AC = 15$.
 Найдите AB .

353. $MK \parallel AC$, $BK = 2$, $KC = 6$,
 $AC = 12$.
 Найдите MK .

354. $MK \parallel AC$, $BK = 3CK$.
 Найдите $MK : AC$.

355. $MK \parallel AC$, $BK = 1$, $P_{MBK} = 2$,
 $P_{ABC} = 12$.
 Найдите BC .

356. $MK \parallel AC$, $S_{MBK} = 2$, $S_{ABC} = 3$.
 Найдите $\frac{BK}{BC}$.



357. $MK \parallel AC$, $S_{MBK} = 6$, $S_{ABC} = 54$,
 $MK = 4$.

Найдите AC .

358. $MK \parallel AC$, $S_{MBK} = 1$, $S_{AMKC} = 8$,
 $BC + BK = 5$.

Найдите KC .

359. $MK \parallel AC$, $S_{MBK} = 5$,
 $BK = 1$, $CK = 2$.

Найдите S_{ABC} .

360. $MK \parallel AC$, $AM = MB$.
 Найдите $S_{MBK} : S_{AMKC}$.

361. $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$, $P_{A_1B_1C_1} = 45$,
 $AB : BC : AC = 4 : 5 : 6$.

Найдите A_1C_1 .

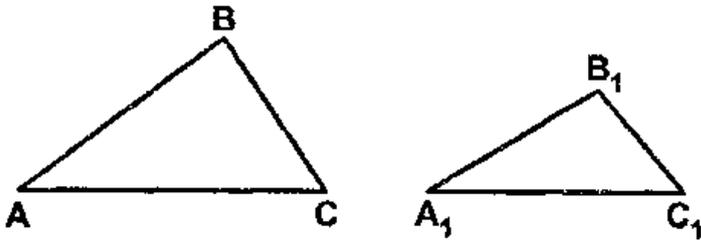
362. $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$,
 $AB : BC = 3 : 5$, $P_{A_1B_1C_1} = 36$,
 $A_1C_1 = 12$.

Найдите A_1B_1 .

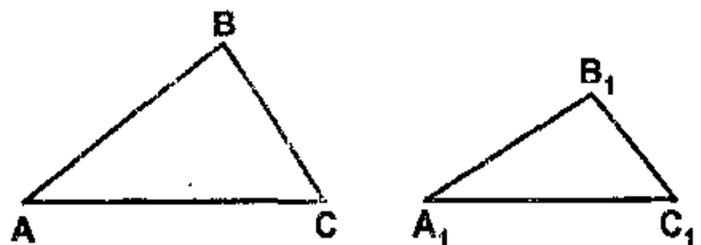
363. $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$, $P_{A_1B_1C_1} = 48$,
 $AB : BC : AC = 7 : 8 : 9$,

$A_1C_1 = AC - 2$.

Найдите P_{ABC} .

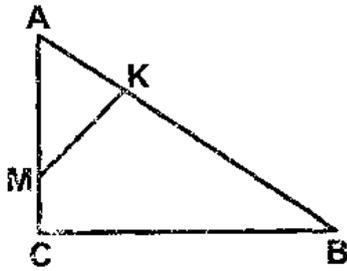


Справочный отдел



$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$

Два треугольника называются подобными, если углы одного треугольника соответственно равны углам другого.

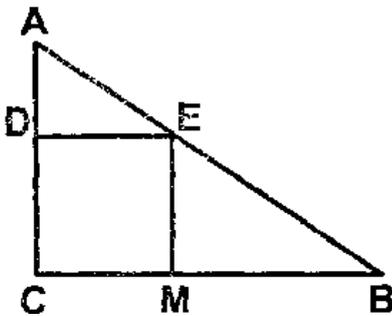
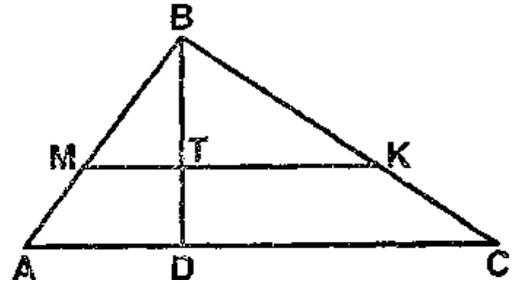


364. $\angle ACB = 90^\circ$, $MK \perp AB$.
Доказать, что $MK \cdot AB = CB \cdot AM$.

365. $\angle ACB = 90^\circ$, $MK \perp AB$,
 $CB = MK + 10$, $AK : AC = 1 : 3$.
Найти CB .

366. $MK \parallel AC$, $BD \perp AC$, $BT = 3$,
 $TD = 4$, $S_{MBK} = 18$.
Найти S_{ABC} .

367. $MK \parallel AC$, $BD \perp AC$,
 $MK : AC = 2 : 5$.
Найти $S_{AMKC} : S_{ABC}$.

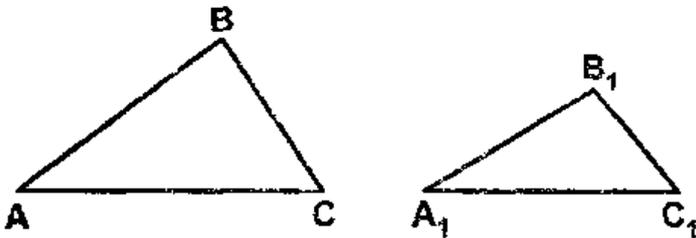


368. $\angle ACB = 90^\circ$, $CB = 4$, $CDEM$ —
квадрат, $AC = 3$.
Найти CM .

369. $\angle ACB = 90^\circ$, $AD = DE + 4$,
 $CDEM$ — квадрат, $CM : AD = 3 : 7$.
Найти AC .

Справочный отдел

$\triangle ABC \sim \triangle A_1 B_1 C_1$, если:



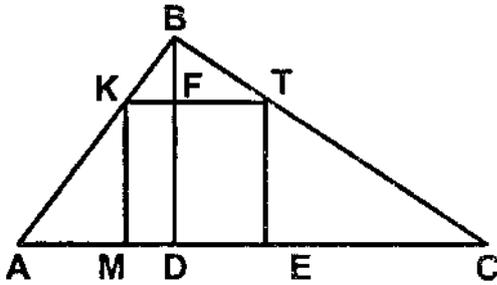
- 1) два угла одного равны двум углам другого;
- 2) две стороны одного пропорциональны двум сторонам другого и углы, заключенные между этими сторонами, равны;
- 3) три стороны одного пропорциональны трем сторонам другого.

$$\triangle ABC \sim \triangle A_1 B_1 C_1$$

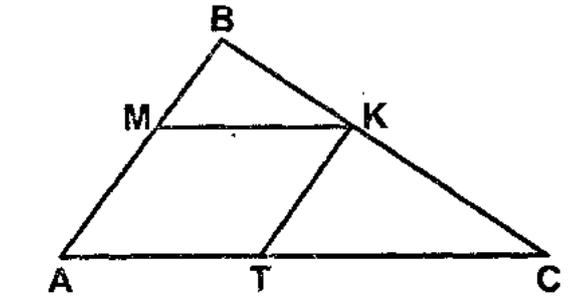
Теоремы

1. В подобных треугольниках сходственные стороны пропорциональны сходственным высотам.
2. Периметры подобных треугольников относятся как сходственные стороны.
3. Площади подобных треугольников относятся как квадраты сходственных сторон.

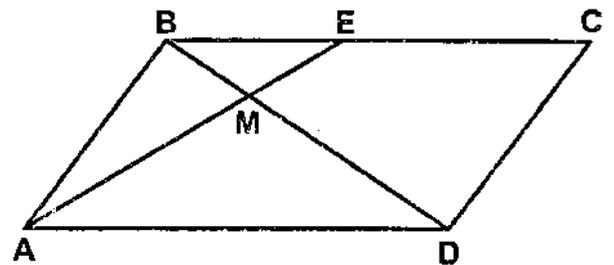
370. $AMKT$ — параллелограмм,
 $TK : MK = 6 : 5$, $AB = 20$, $AC = 25$.
 Найдите AT .



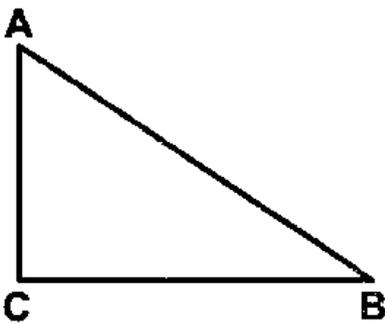
374. $ABCD$ — параллелограмм.
 E принадлежит стороне BC ,
 $DM = 2$, $BE : EC = 1 : 4$.
 Найдите BD .



371. $MKTE$ — квадрат, $BD \perp AC$,
 $AC = 6$, $BD = 2$.
 Найдите ME .
372. $MKTE$ — квадрат, $BD \perp AC$,
 $BF = 2$, $AC = ME + 12,5$.
 Найдите P_{MKTE} .
373. $MKTE$ — прямоугольник,
 $BD \perp AC$, $MK : ME = 5 : 9$,
 $AC = 48$, $BD = 16$.
 Найдите KM и ME .



Метрические соотношения между элементами треугольника

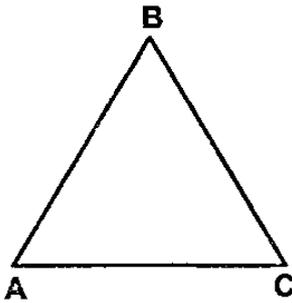
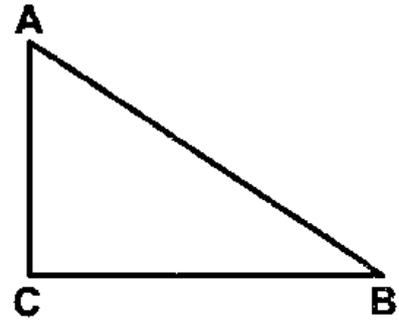


375. $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 12$, $AB = 13$.
 Найдите P_{ABC} .
376. $\angle ACB = 90^\circ$, $BC = 7$, $\angle A = 30^\circ$.
 Найдите S_{ABC} .
377. $\angle ACB = 90^\circ$, $BC = 12$, $S_{ABC} = 54$.
 Найдите P_{ABC} .
378. $\angle ACB = 90^\circ$, $P_{ABC} = 90$,
 $AB : BC = 13 : 5$.
 Найдите S_{ABC} .

379. $\angle ACB = 90^\circ$, $S_{ABC} = 180$,
 $AB : BC = \sqrt{106} : 9$.
 Найдите AC .
380. $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, $AC = 3\sqrt{3}$.
 Найдите AB .
381. $\angle ACB = 90^\circ$, $CB = AC + 3$,
 $AB = CB + 3$.
 Найдите CB .
382. $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = AB - 2$,
 $CB = AB - 1$.
 Найдите P_{ABC} .
383. $\angle ACB = 90^\circ$, $S_{ABC} = 24$,
 $AB : CB = 5 : 3$.
 Найдите AC .

384. Определить вид треугольника относительно его углов, если:

- а) $CB = \sqrt{45}$, $AB = \sqrt{107}$,
 $AC = 8$.
 б) $CB = \sqrt{53}$, $AC = \sqrt{74}$,
 $AB = 12$.
 в) $CB = 14$, $AB = \sqrt{557}$,
 $AC = 19$.
 г) $CB = \sqrt{24}$, $AB = 7$, $AC = 5$.
 д) $CB = 19$, $AB = 28$, $AC = 23$.



389. $AB = BC$, $AB : AC = 3 : 4$,
 $S_{ABC} = 8\sqrt{5}$.
 Найдите P_{ABC} .

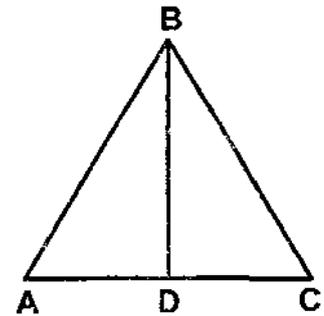
390. $AB = BC$, $BD \perp AC$, $AB = 4$,
 $\angle A = 45^\circ$.
 Найдите BD .
 391. $AB = BC$, $BD \perp AC$, $BD = 35$,
 $AC : AB = 48 : 25$.
 Найдите P_{ABC} .
 392. $AB = BC$, $BD \perp AC$, $BD = AB - 2$,
 $AC = 4\sqrt{6}$.
 Найдите AB .
 393. $AB = BC$, $BD \perp AC$, $AC = BD + 4$,
 $AB = \sqrt{61}$.

385. $AB = BC$, $AB = 17$, $AC = 16$.
 Найдите S_{ABC} .

386. $AB = BC$, $AB = 10$, $\angle A = 30^\circ$.
 Найдите S_{ABC} .

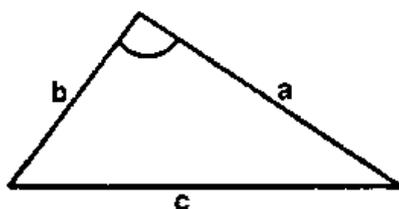
387. $AB = BC$, $AB = 25$, $P_{ABC} = 80$.
 Найдите S_{ABC} .

388. $AB = BC$, $AC = AB - 1$, $P_{ABC} = 50$.
 Найдите S_{ABC} .



394. $AB = BC$, $BD \perp AC$,
 $BC : AC = 3 : 4$, $S_{ABC} = 2\sqrt{5}$.
 Найдите P_{ABC} .

Справочный отдел



прямоугольный $a^2 + b^2 = c^2$

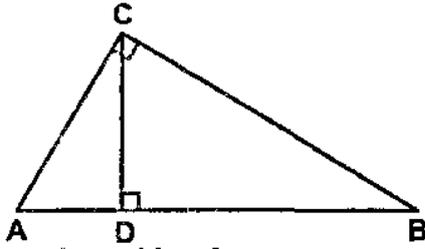
остроугольный $a^2 + b^2 > c^2$

тупоугольный $a^2 + b^2 < c^2$

(c — наибольшая из сторон)

$$P_n = a + b + c$$

(периметр)



395. $\angle ACB = 90^\circ$, $CD \perp AB$, $CD = 8$,
 $DB = 16$.

Найти AD .

396. $\angle ACB = 90^\circ$, $CD \perp AB$, $AC = 8$,
 $AD = 2$.

Найти BD .

397. $\angle ACB = 90^\circ$, $CD \perp AB$, $AC = 15$,
 $CB = 20$.

Найти CD .

398. $\angle ACB = 90^\circ$, $CD \perp AB$, $AD = 4$,
 $DB = 9$.

Найти S_{ABC} .

399. $\angle ACB = 90^\circ$, $CD \perp AB$, $CB = 6$,
 $DB = 3,6$.

Найти S_{ABC} .

400. $\angle ACB = 90^\circ$, $AB = 3$,
 $CB = 2,4$.

Найти P_{ABC} .

401. $\angle ACB = 90^\circ$, $CD \perp AB$, $AD = 9$,
 $S_{ACD} = 27$.

Найти AB .

402. $\angle ACB = 90^\circ$, $CD \perp AB$,
 $AC : CB = 7 : 3$, $CD = 42$.

Найти AD .

403. $\angle ACB = 90^\circ$, $CD \perp AB$.

Доказать, что $\frac{AC^2}{CB^2} = \frac{AD}{BD}$.

404. $\angle ACB = 90^\circ$, $CD \perp AB$,
 $AC : CB = 3 : 4$, $DB = AD + 2$.

Найти AB .

405. $\angle ACB = 90^\circ$, $CD \perp AB$, $AB = 10$,
 $CD = 3$.

Найти $S_{ACD} \cdot S_{BCD}$.

406. $\angle ACB = 90^\circ$, $CD \perp AB$,
 $CB = AC + 2$, $AB = CB + 2$.

Найти CD .

407. $\angle ACB = 90^\circ$, $CD \perp AB$,
 $AD = CD - 1,2$, $BD = CD + 1,6$.

Найти AB .

408. $\angle ACB = 90^\circ$, $CD \perp AB$,
 $\angle CBA = 30^\circ$, $DB = 7\sqrt{3}$.

Найти AB .

409. $\angle ACB = 90^\circ$, $CD \perp AB$,
 $\angle ACD = 30^\circ$, $S_{ABC} = 32\sqrt{3}$.

Найти AC .

410. $\angle ACB = 90^\circ$, $CD \perp AB$,
 $S_{ACD} : S_{ABC} = 16 : 25$, $AD = 28$.

Найти AC .

411. $\angle ACB = 90^\circ$, $CD \perp AB$,
 $S_{ACD} : S_{BCD} = 9 : 16$, $CB = 20$.

Найти CD .

412. $\angle ACB = 90^\circ$, $CD \perp AB$, CM — ме-
диана, $AD = 4$, $DB = 16$.

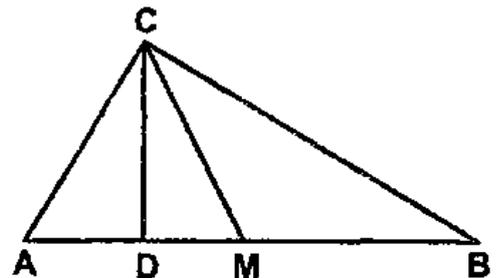
Найти P_{CDM} .

413. $\angle ACB = 90^\circ$, $CD \perp AB$, CM — ме-
диана, $AC = CM + 2$, $CB = AC + 4$.

Найти AC .

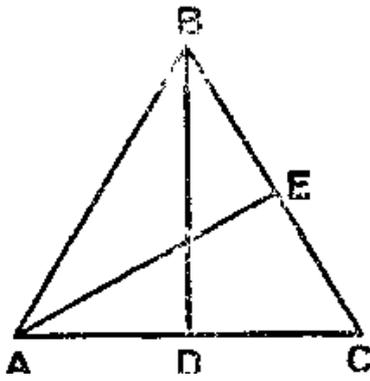
414. $\angle ACB = 90^\circ$, $CD \perp AB$, CM — ме-
диана, $AC = 6$, $CM = 5$.

Найти CB .



415. $\angle ACB = 90^\circ$, $CD \perp AB$, CM — ме-
диана, $CM : AC = 5 : 6$, $P_{ABC} = 48$.

Найти S_{ABC} .



416. $AB = BC$, $AE \perp BC$, $BD \perp AC$,
 $BE = 3$, $EC = 2$.

Найти AC .

417. $AB = BC$, $AE \perp BC$, $BD \perp AC$,
 $AE = 4$, $DC = 2,5$.

Найти S_{ABC} .

418. $AB = BC$, $AE \perp BC$, $BD \perp AC$,
 $S_{ABC} = 48$, $AC = 12$.

Найти EC .

419. $AB = BC$, $BD \perp AC$, $\angle 1 = \angle 2$,
 $AB = 39$, $AC = 30$.

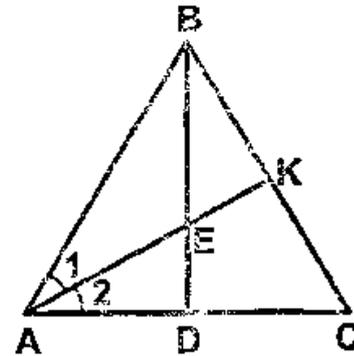
Найти ED .

420. $AB = BC$, $ED \perp AC$, $\angle 1 = \angle 2$,
 $S_{ABC} = 48$, $AC = 12$.

Найти ED .

421. $AB = BC$, $BD \perp AC$, $\angle 1 = \angle 2$,
 $BK : KC = 13 : 10$, $S_{ABC} = 540$.

Найти P_{ABC} .



422. $AB = BC$, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle 1 = \angle 2$.

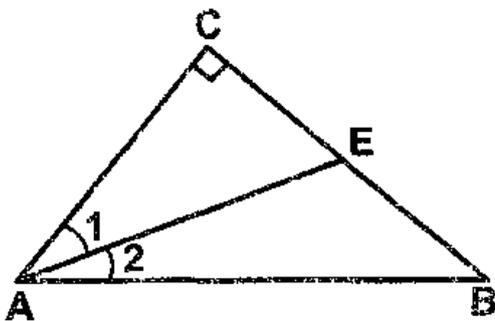
Найти $CE : BE$.

423. $AC = BC$, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle 1 = \angle 2$,
 $AC = 2$.

Найти AE .

424. $AC = BC$, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle 1 = \angle 2$,
 $CE = \sqrt{2} - 1$.

Найти AB .

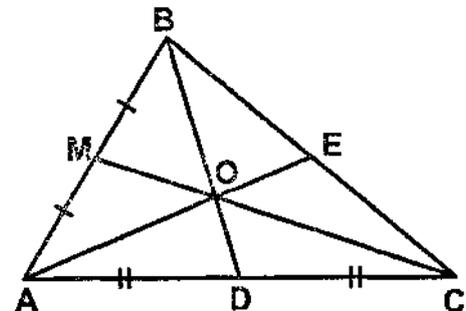


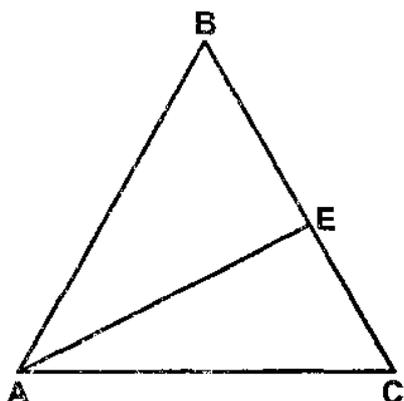
425. AE , BD и CM — медианы.
 $AE = 12$, $BD = 9$, $AB = 10$.

Доказать, что $BD \perp AE$.

426. AE , BD и CM — медианы.
 $AE = 9$, $BD = 6$, $AB = \sqrt{55}$.

Найти CM .





427. $AB = BC$, $AB = \sqrt{14}$,
 AE — медиана. $AC = 5$.
 Найти AE .

428. $AB = BC$, $AC = 4\sqrt{3}$, AE — медиана.
 $AE = 7$.
 Найти AB .

435. $AB = BC$, AE и BD — медианы.

$$AB = 10, AD = OD + \frac{10}{3}.$$

Найти OD .

436. $AB = BC$, AE и BD — медианы.

$$OE = 2,5, AC = 8.$$

Найти BD .

437. $AB = BC$, AE и BD — медианы.

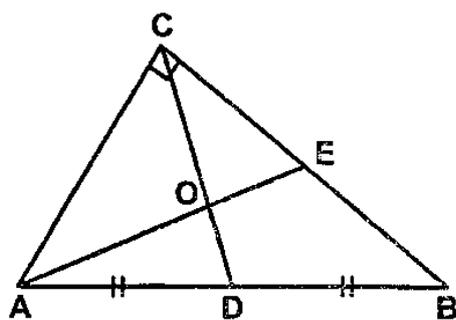
$$AE = 7,5, AD = OD + 1.$$

Найти S_{ABC} .

438. $AB = BC$, AE и BD — медианы.

$$OD = OE + 1, AD = AO - 2.$$

Найти AC .



429. $AB = BC$, $AB = AC + 3$, AE — медиана.
 $AE = 4,5$.

Найти AB .

430. $AB = BC$, AE — медиана.

$$AB = AE + 2,5, AC = AE - 0,5.$$

Найти AC .

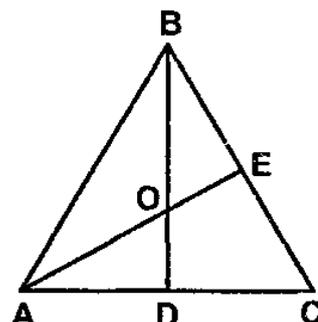
431. $AB = BC$, $AB = \sqrt{14}$, AE — медиана.
 $AE : AC = 4 : 5$.

Найти AC .

432. $AB = BC$, AE — медиана.

$$AB : AE = \sqrt{2} : 1.$$

Доказать, что $AE = AC$.



433. $AB = BC$, AE и BD — медианы.

$$AB = 15, AC = 18.$$

Найти OD .

434. $AB = BC$, AE и BD — медианы.

$$AB = 10, AC = 16.$$

Найти AO .

439. AE и BD — медианы.

$$\angle ACB = 90^\circ, CD = \sqrt{117}, AC = 12.$$

Найти AO .

440. AE и BD — медианы.

$$\angle ACB = 90^\circ, CB = 24, AC = 18.$$

Найти CO .

441. AE и BD — медианы.

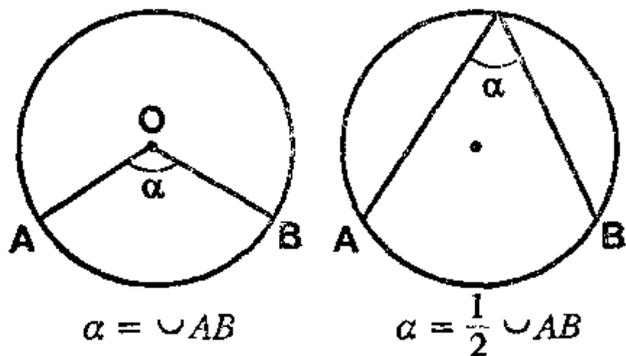
$$\angle ACB = 90^\circ, CB = 8, AC = 6.$$

Найти S_{AOB} .

Окружность и круг. Вписанные и некоторые другие углы.

455. Точки A, B, C принадлежат окружности с центром в точке O . $\angle AOB = 80^\circ$.
Найти $\angle ACB$.
456. Точки A, B, C принадлежат окружности с центром в точке O . $\angle AOB + \angle ACB = 180^\circ$.
Найти $\angle ACB$.
457. Точки A, B, C принадлежат окружности с центром в точке O . $\angle AOB - \angle ACB = 30^\circ$.
Найти $\angle AOB$.
458. Точки A, B, C принадлежат окружности с центром в точке O . $\angle AOC = 150^\circ, \angle BOC = 120^\circ$.
Найти $\angle ABC, \angle BCA, \angle CAB$.
459. $\triangle ABC$ — остроугольный. O — центр описанной окружности. $\angle BAC + \angle ACB = 100^\circ$.
Найти $\angle AOC$.
460. $\triangle ABC$ — остроугольный. O — центр описанной окружности. $\angle AOC = 160^\circ, \angle A : \angle B = 3 : 4$.
Найти $\angle C$.
461. $\triangle ABC$ — остроугольный. O — центр описанной окружности. $\angle AOC = 100^\circ, \angle AOB = 120^\circ$.
Найти $\angle BAC$.
462. $\triangle ABC$ вписан в окружность. $\angle A : \angle B : \angle C = 4 : 5 : 6, BM$ — касательная.
Найти $\angle MBA$ и $\angle MBC$.
463. $\triangle ABC$ вписан в окружность. $\cup AB : \cup BC : \cup CA = 2 : 3 : 4$.
Найти $\angle B - \angle A$.
464. $ABCD$ — четырехугольник, вписанный в окружность с центром в точке O . $AB = 3, AD = \sqrt{7}$,
 $\cup AB : \cup BC : \cup CD : \cup AD = 2 : 3 : 3 : 4$.
Найти OC .
465. AB — хорда, BM — касательная к окружности центра O . $\angle AOB + 3\angle MBA = 100^\circ$.
Найти $\angle MBA$.
466. AB — хорда, BM — касательная к окружности центра O . $\angle AOB - \angle MBA = 50^\circ$.
Найти $\angle AOB + \angle MBA$.
467. Точки A, B, C, D, E последовательно расположены на окружности. $\cup AED = 60^\circ$.
Найти $2\angle ABD + 3\angle ACD$.
468. E — точка пересечения хорд AB и CD . $\cup DB = 200^\circ, \cup AC = 80^\circ$.
Найти $\angle AED$.
469. E — точка пересечения хорд AB и CD . $\cup BC = 20^\circ, \cup AD = 70^\circ$.
Найти $\angle AEC$.
470. E — точка пересечения хорд AB и CD . $\angle AED = 80^\circ, \cup BC = 20^\circ$.
Найти $\cup AD$.

Справочный отдел



Центральный угол измеряется дугой, на которую опирается.

Вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается.

471. $\triangle ABC$ вписан в окружность с центром O . MB — касательная, B — точка касания, K — точка пересечения прямой BO с окружностью. $\angle MBA + \angle ACB = 140^\circ$.

Найти $\angle ABK$.

472. A, K, M, B — точки, принадлежащие окружности. C — точка пересечения секущих AM и BK .

$5 \sphericalcap MK = \sphericalcap AB$, $\angle ACK = 24^\circ$.

Найти $\sphericalcap MK$.

473. $\triangle ABC$ вписан в окружность с центром O , AD — касательная.

$\angle DAB + \angle AOB + \angle ACB = 240^\circ$.

Найти $\angle ACB$.

474. AC — диаметр окружности с центром O . Точки B и D лежат на окружности по одну сторону от диаметра.

Найти $\angle BAC + \angle BCA + \angle DAC + \angle DCA$.

475. Точки A, B и C лежат на окружности с центром O .

$$\angle AOC = \frac{5}{2} \angle OAC,$$

$$\angle BCS = \angle ABC + 10^\circ.$$

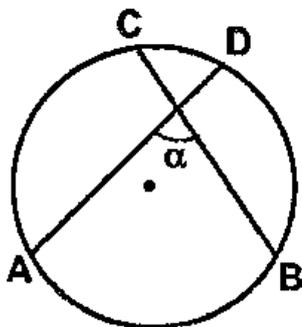
Найти $\angle BAC, \angle ACB, \angle CBA$.

476. Точки A, B, C принадлежат окружности с центром в точке O .

$$\angle AOC = \angle ABC + 60^\circ, \angle BAO = 25^\circ.$$

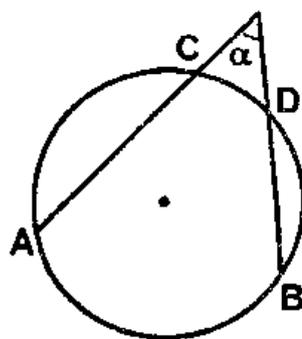
Найти $\angle BAC, \angle ACB, \angle CBA$.

Справочный отдел



$$\alpha = \frac{1}{2} (\sphericalcap AB + \sphericalcap CD)$$

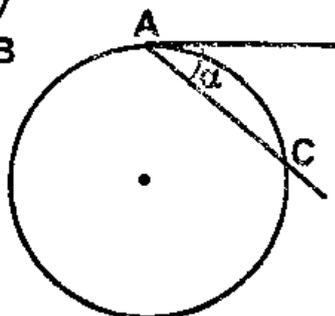
Угол, вершина которого лежит внутри круга, измеряется полусуммой двух дуг, одна из которых заключена между его сторонами, а другая — между продолжениями сторон.



$$\alpha = \frac{1}{2} (\sphericalcap AB - \sphericalcap CD)$$

Угол, вершина которого лежит вне круга, измеряется полуразностью двух дуг, заключенных между его сторонами.

$$\alpha = \frac{1}{2} \sphericalcap AC$$



Угол, составленный касательной и хордой, измеряется половиной дуги, заключенной внутри его.

Вписанные и описанные окружности

477. Дано: $\triangle ABC$, $BC = AC = AB = a$.
Найти r .
478. Дано: $\triangle ABC$, $BC = AC = AB$,
 O — центр описанной окружности.
Найти $R : AC$.
479. Дано: $\triangle ABC$, $BC = AC = AB$,
 $S = 9\sqrt{3}$.
Найти r .
480. Дано: $\triangle ABC$, $BC = AC = AB$,
 $r = 2$.
Найти S .
481. Дано: $\triangle ABC$, $BC = AC = AB$,
 $r = 5$.
Найти R .
482. Дано: $\triangle ABC$, $BC = AC = AB$,
 $AC = a$.
Найти R .
483. Дано: $\triangle ABC$, $BC = AC = AB$, O —
центр описанной окружности,
 $OB = R$.
Найти AC .
484. Дано: $\triangle ABC$, $AB = BC$, $BD \perp AC$,
 O — центр вписанной окружности,
 $OD = 6$, $OB = 10$.
Найти периметр треугольника.
485. Дано: $\triangle ABC$, $AB = BC$, $BD \perp AC$,
 O — центр вписанной окружности,
 $P_{ABC} = 18$, $BD = 3$.
Найти r .
486. Дано: $\triangle ABC$, $AB = BC$, $BD \perp AC$,
 M — точка касания вписанной ок-
ружности со стороной AB ,
 $AC : MB = 3 : 1$, $BD = 20$.
Найти r .
487. Дано: $\triangle ABC$, $AB = BC$, $BD \perp AC$,
 O — центр вписанной окружности,
 $OD : OB = 3 : 5$, $AB = 10$.
Найти r .
488. Дано: $\triangle ABC$, $AB = BC$, $BD \perp AC$,
 O — центр вписанной окружности,
 M — точка касания окружности со
стороной BC , $BM = AD$, $AO = 4$.
Найти AB .
489. Дано: $\triangle ABC$, $AB = BC$, $BD \perp AC$,
 O — центр вписанной окружности,
 $OB : OD = 13 : 5$, $S_{ABC} = 60$.
Найти r .
490. Дано: $\triangle ABC$, $\angle C = 90^\circ$, $AB = 15$,
 $r = 3$.
Найти P_{ABC} .
491. Дано: $\triangle ABC$, $\angle C = 90^\circ$,
 $P_{ABC} = 37$, $r = 3,5$.
Найти AB .
492. Дано: $\triangle ABC$, $\angle C = 90^\circ$,
 $BC + AC = 14$, $AB = 10$.
Найти r .

Справочный отдел

Центр вписанной окружности лежит в точке пересечения биссектрис, а радиус вписанной окружности определяется формулой $r = \frac{S}{p}$, где $p = \frac{a+b+c}{2}$.

Центр описанной окружности лежит в точке пересечения перпендикуляров к серединам сторон, а радиус описанной окружности определяется формулой

$$R = \frac{a \cdot b \cdot c}{4S}.$$

493. Дано: $\triangle ABC$, $\angle C = 90^\circ$, $S = 96$,
 $AC + CB = 28$.
 Найти r .
494. Дано: $\triangle ABC$, $\angle C = 90^\circ$, $S = 6$,
 $AB = 5$.
 Найти r .
495. Дано: $\triangle ABC$, $\angle C = 90^\circ$, M — точка касания вписанной окружности с гипотенузой AB . $BM = 6$, $AM = 4$.
 Найти r .
496. Дано: $\triangle ABC$, $\angle C = 90^\circ$, M — точка касания вписанной окружности с гипотенузой AB . $AB = 5$, $r = 1$.
 Найти S_{ABC} .
497. Дано: $\triangle ABC$, M , T , K — точки касания вписанной окружности со сторонами AB , BC и AC .
 $AC : MB = 12 : 1$, $P_{ABC} = 78$.
 Найти AC .
498. Дано: $\triangle ABC$, $AB = BC$, $AC = 24$,
 $R = 13$.
 Найти S_{ABC} .
499. Дано: $\triangle ABC$, $AB = BC$, $BD \perp AC$,
 $AC = 24$, $BD = 24$.
 Найти R .
500. Дано: $\triangle ABC$, $AB = BC$, O — центр описанной окружности.
 $OB : AC = 5 : 8$, $BD \perp AC$,
 $S_{ABC} = 128$.
 Найти R .
501. Дано: $\triangle ABC$, $AB = BC$, O — центр описанной окружности. $BD \perp AC$,
 $OM \perp BC$, $OC : BC = \sqrt{5} : 4$,
 $P_{OBM} = 5 + 3\sqrt{5}$.
 Найти AC .
502. Дано: $\triangle ABC$, $AB = 14$, $AC = 13$,
 $BC = 15$.
 Найти R .
503. Дано: $\triangle ABC$, $BC = 12$, $AC = 20$,
 $AB = 16$.
 Найти r .
504. Дано: $\triangle ABC$,
 $BC : AC : AB = 9 : 10 : 17$, $S = 144$.
 Найти R , r .
505. Дано: $\triangle ABC$,
 $BC : AC : AB = 29 : 25 : 6$,
 $P_{ABC} = 60$.
 Найти R , r .
506. Выразить сторону a_n правильного n -угольника через радиус описанной вокруг него окружности.
507. Выразить сторону a_n правильного n -угольника через радиус вписанной в него окружности.
508. $ABCD$ — прямоугольник, O — центр описанной окружности,
 $AB : BC = 5 : 12$, $BC + AB = 51$.
 Найти R .
509. $ABCD$ — прямоугольник, O — центр описанной окружности,
 $AD - DC = 7$, $R = 6,5$.
 Найти P_{ABCD} .
510. $ABCD$ — прямоугольник, O — центр описанной окружности, C — точка касания окружности с прямой MK . $\angle BCM + \angle BAC = 90^\circ$.
 Найти $\angle BAC + \angle AOD$.

Справочный отдел

- Сумма внутренних углов выпуклого многоугольника, имеющего n вершин, равна $180^\circ \cdot (n - 2)$.
- Сумма внешних углов выпуклого многоугольника, взятых по одному при каждой вершине, равна 360° .
- Периметры правильных n -угольников относятся как радиусы описанных около них окружностей.

511. $ABCD$ — прямоугольник, O — центр описанной окружности. Точка M принадлежит дуге BC .

$$AB : BC = 1 : \sqrt{3}.$$

Найти $\angle AMB$.

512. $ABCD$ — прямоугольник, O — центр описанной окружности. M принадлежит дуге BC . $S_{ABCD} = \sqrt{3}$. $R = 1$.

Найти $\angle AMB$.

513. $ABCD$ — трапеция, вписанная в окружность с центром O , $AD \parallel BC$, $\angle AOB = 90^\circ$, $BD = 4\sqrt{2}$.

Найти S_{ABCD} .

514. $ABCD$ — трапеция. O — центр описанной окружности.

$$\angle OAB = \angle OAD, \angle AOB = 120^\circ,$$

$$AD = 7, BC = 5.$$

Найти P_{ABCD} .

515. Найти площадь треугольника ABC , вписанного в окружность, радиус которой равен 2, а

$$\cup AB : \cup BC : \cup CA = 3 : 4 : 5.$$

516. O — центр описанной вокруг треугольника ABC окружности, $\angle AOB = 120^\circ$, $AB = BC = 5$.

Найти R .

517. O — центр описанной вокруг треугольника ABC окружности, радиус которой равен 2, $\angle A = 15^\circ$, $\angle B = 60^\circ$.

Найти площадь треугольника ABC .

518. O — центр описанной окружности вокруг трапеции $ABCD$.

$$\angle BAC = \angle CAD, \angle ABO = 60^\circ,$$

$$AB + BC = 4.$$

Найти BO .

519. В равнобедренный треугольник вписана окружность с центром O .

D — точка касания, принадлежащая стороне AB . $AD : DB = 5 : 8$,

$$P_{ABC} = 180.$$

Найти r .

520. Равнобедренный треугольник ABC вписан в окружность с центром O . $AB = BC$, $BD \perp AC$,

$$AO = 9, OD = \frac{1}{3} BO.$$

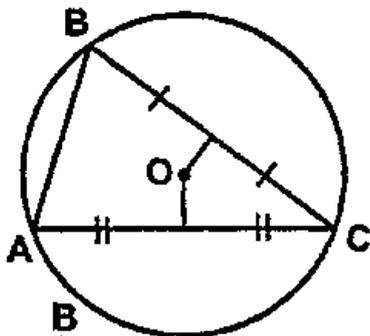
Найти AB .

521. DA и DB — касательные к окружности с центром O .

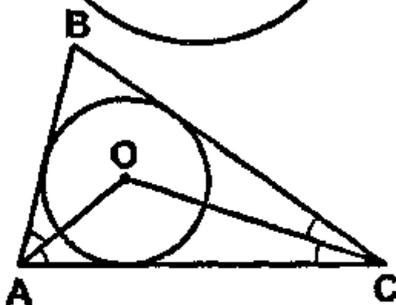
$$\angle ADB = 120^\circ, DO = 16.$$

Найти AD .

Справочный отдел



Центр окружности, описанной около треугольника, лежит в точке пересечения перпендикуляров, проведенных к серединам его сторон.

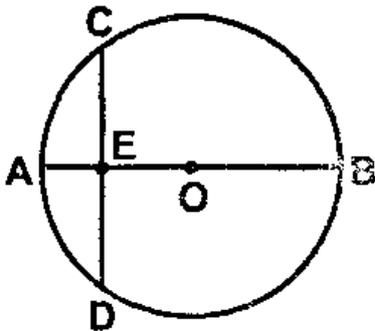


Центр окружности, вписанной в треугольник, является точкой пересечения его биссектрис.

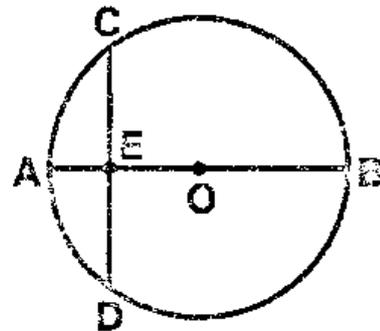
522. DA и DB — касательные к окружности с центром O .
 $\angle ADB = 60^\circ$, $DA + DB = 8$.
 Найдите OD .
523. DA и DB — касательные к окружности с центром O .
 $\angle AOB = 120^\circ$.
 Найдите радиус окружности, если площадь четырехугольника $OADB$ равна $9\sqrt{3}$.
524. A — точка касания окружности с прямой BC .
 Найдите радиус окружности с центром O , если $AB = AC$,
 $\angle BOC = 120^\circ$, $BO = 6$.
525. Точки A , B и C лежат на окружности с центром O . $\angle ABC = 30^\circ$,
 $P_{AOC} = 15$.
 Найдите AO .
526. Точки A и B лежат на окружности с центром O .
 Найдите периметр треугольника AOB , если $\angle AOB = 60^\circ$, $AB = 4$.

527. O — центр вписанной в треугольник ABC окружности.
 Найдите ее радиус, если
 $\angle AOC = 120^\circ$, $AB = BC$, $P_{ABC} = 3$.
528. O — центр окружности, вписанной в квадрат $ABCD$. E и T — точки пересечения окружности с диагональю квадрата AC .
 Найдите AE , если $P_{ABCD} = 4$.
529. E , M , P , K — точки касания вписанной в ромб $ABCD$ окружности.
 Найдите углы ромба, если
 $AE = 3$, $DK = 1$.
530. $ABCD$ — ромб, описанный около окружности, радиус которой равен 3. $\angle ABC = 150^\circ$.
 Найдите P_{ABCD} .

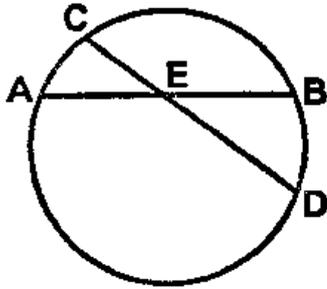
Пропорциональные отрезки в круге



531. O — центр окружности. E — точка пересечения хорды CD и диаметра AB . $CD \perp AB$, $OA = 10$, $CE = 8$.
 Найдите AE .
532. E — точка пересечения хорды CD и диаметра AB . $CD \perp AB$,
 $CE + AE = 5$, $BE = 16$.
 Найдите CD .
533. E — точка пересечения хорды CD и диаметра AB . $CD \perp AB$,
 $AB + CD = 9$, $BE = 4AE$.
 Найдите CD .



534. E — точка пересечения хорды CD и диаметра AB . $CD \perp AB$,
 $CE = 2AE$, $BE = AE + 6$.
 Найдите CB .
535. E — точка пересечения хорды CD и диаметра AB . $CD \perp AB$,
 $AE = EC + 2$, $AC = AE + 2$.
 Найдите BE .
536. E — точка пересечения хорды CD и диаметра AB . $CD \perp AB$,
 $AE + EC = 7$, $CE + BE = 17,5$.
 Найдите BE .



537. E — точка пересечения хорд CD и AB . $AE = 4$, $AB = 10$, $CE : ED = 1 : 6$.

Найти CD .

538. E — точка пересечения хорд CD и AB . $AB = 17$, $CD = 18$, $ED = 2CE$.

Найти AE и BE .

539. E — точка пересечения хорд CD и AB . $AB = 10$, $CD = 11$, $BE = CE + 1$.

Найти CE .

540. E — точка пересечения хорд CD и AB . $ED = 2AE$, $CE = DE - 1$, $BE = 10$.

Найти CD .

541. E — точка пересечения хорд CD и AB . $BE = CE + 4$, $AE = CE - 2$, $AB - CD = 1$.

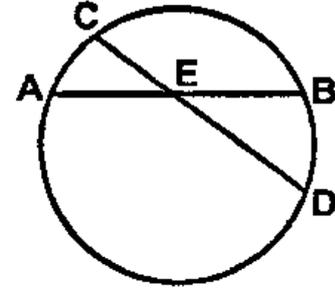
Найти $AE : DE$.

542. E — точка пересечения хорд CD и AB . $CE = 2AE$, $ED = AE + 4$, $AB = 17$.

Найти CD .

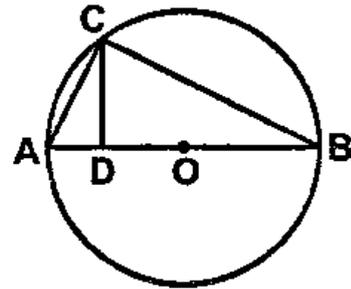
543. E — точка пересечения хорд CD и AB . $CM \perp AB$, $DK \perp AB$, $AB = 21$, $CM = 4\sqrt{3}$, $DK = 5\sqrt{3}$, $\angle AEC = 60^\circ$.

Найти AM и KB .



544. E — точка пересечения хорд CD и AB . $DK \perp AB$, $DK = 2CE$, $\angle DEK = 30^\circ$, $AE = CE + 1$, $AB = 13$.

Найти KB .



545. O — центр окружности, описанной около $\triangle ABC$, $\angle ACB = 90^\circ$, $CD \perp AB$, $AD : DC = 3 : 4$, $OC = 12,5$.

Найти CD .

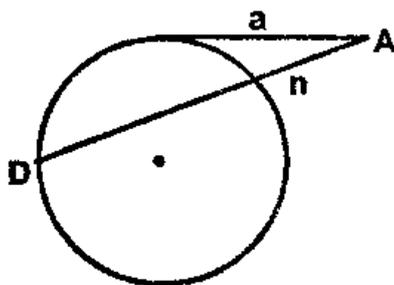
546. O — центр окружности, описанной около $\triangle ABC$, $\angle ACB = 90^\circ$, $CD \perp AB$, $CD = 12$, $AD : DB = 9 : 16$.

Найти R .

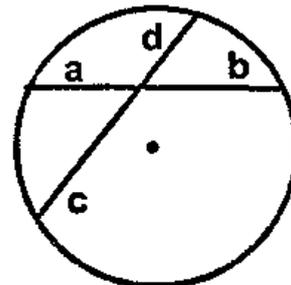
547. O — центр окружности, описанной около $\triangle ABC$, $\angle ACB = 90^\circ$, $CD \perp AB$, $S_{ABC} = 150$, $AB : AC = 5 : 4$.

Найти CD .

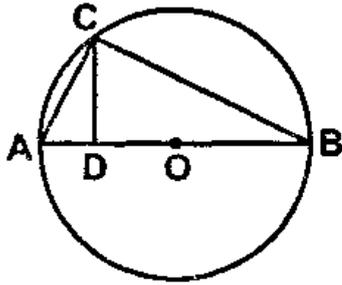
Справочный отдел



$$a^2 = AD \cdot n$$



$$a \cdot b = c \cdot d$$



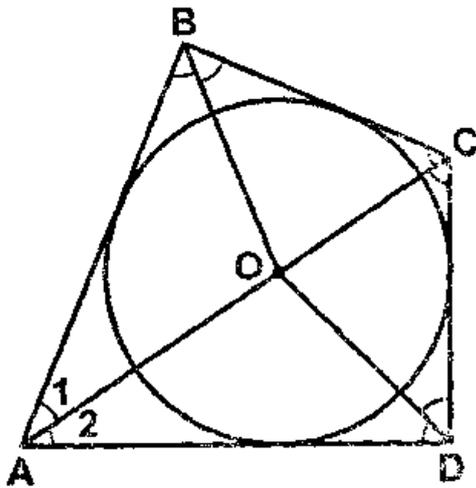
548. O — центр окружности, описанной около $\triangle ABC$, $\angle ACB = 90^\circ$,
 $CD \perp AB$, $CD + CB = 32$,
 $AC : AB = 3 : 5$.
Найти CD .
549. O — центр окружности, описанной около $\triangle ABC$, $\angle ACB = 90^\circ$,
 $CD \perp AB$, $CB = 24$, $AC : CO = 6 : 5$.
Найти CD .
550. O — центр окружности, описанной около $\triangle ABC$, $\angle ACB = 90^\circ$,
 $CD \perp AB$, $OA = 20$, $CD = 3AD$.
Найти DB .
551. O — центр окружности, описанной около $\triangle ABC$, $\angle ACB = 90^\circ$,
 $CD \perp AB$, $AB = 10$,
 $AD : CB = 1 : 2\sqrt{5}$.
Найти AD .
552. *Найти* периметр треугольника ABC ($AB = BC$), если E, M, D — точки касания вписанной окружности со сторонами AB, BC, AC .
 $4AE + 2BE = 17$.
553. *Найти* периметр прямоугольного треугольника, если радиус вписанной окружности равен 1, а радиус описанной — 2,5.
554. Диаметр разделен на отрезки $AC = 18$ и $CB = 8$. Из точки C проведен к диаметру перпендикуляр CD данной длины. Какое положение занимает точка D относительно круга, если CD равно: а) 12, б) 10, в) 14?
555. Из одной точки проведены к окружности касательная и секущая. Касательная равна 6, секущая — 18. Определить внутренний отрезок секущей.
556. Из одной точки проведены к окружности касательная и секущая.

Найти секущую, если известно, что она меньше внутреннего отрезка секущей на 4 и больше внешнего отрезка на 4.

557. Из одной точки проведены к окружности касательная и секущая. *Найти* секущую, если известно, что внутренний ее отрезок относится к внешнему, как 3:1, а длина касательной 12.
558. Из одной точки проведены к окружности касательная и секущая. *Найти* внешний отрезок секущей, если известно, что внутренний ее отрезок равен 12, а длина касательной 8.
559. Касательная и секущая, исходящие из одной точки, соответственно равны 12 и 24. Определить радиус окружности, если секущая удалена от центра на 12.
560. Из одной точки проведены к окружности касательная и секущая. *Найти* длину касательной, если ее сумма с внутренним отрезком секущей равна 10, а внешний отрезок секущей на 4 меньше внутреннего.
561. К окружности радиуса 5 из одной точки проведены касательная и секущая. *Найти* длину касательной, если известно, что она больше внешнего отрезка секущей на 2, а секущая удалена от центра на 3.
562. Из одной точки проведены к окружности две секущие, внутренние отрезки которых соответственно равны 8 и 16. Внешний отрезок второй секущей на 1 меньше внешнего отрезка первой.
Найти длину каждой секущей.
563. Из одной точки проведены к окружности две секущие. Внешний отрезок первой секущей относится к своему внутреннему, как 1:3. Внешний отрезок второй секущей на 1 меньше внешнего отрезка первой и относится к своему внутреннему отрезку, как 1:8.
Найти длину каждой секущей.

Четырехугольник, описанный вокруг окружности

Ключевые задачи ?

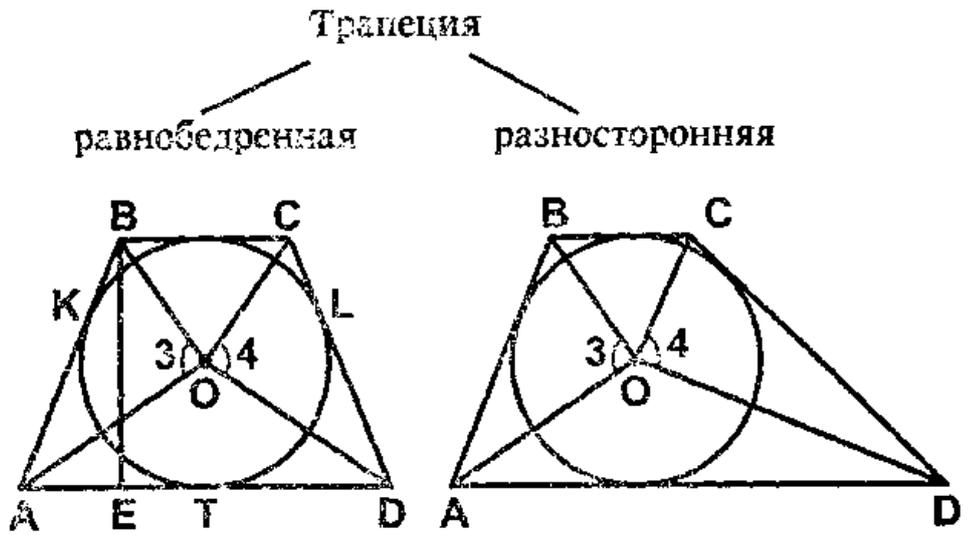


$$AB + CD = AD + BC$$

$$\angle 1 = \angle 2$$

$$\dots$$

$$\dots$$



$$\angle 3 = \angle 4 = 90^\circ$$

$$ED = AB$$

$$\angle 3 = \angle 4 = 90^\circ$$

Доказательство.

$$\left(\begin{array}{l} \angle ABC + \angle BAD = 180^\circ, \\ BO \text{ и } AO \text{ — биссектрисы} \end{array} \right)$$

$$\Downarrow$$

$$\angle OAB + \angle OBA = 90^\circ$$

$$\Downarrow$$

$$\angle 3 = 90^\circ,$$

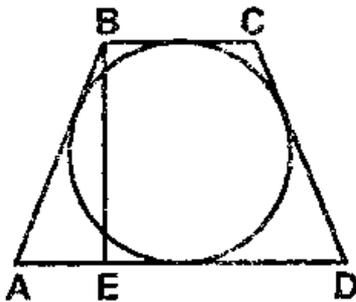
$$\left(\begin{array}{l} BK = BM = ET \\ KA = LD = DT \end{array} \right)$$

$$\Downarrow$$

$$\left(\begin{array}{l} BK = ET \\ KA = DT \end{array} \right)$$

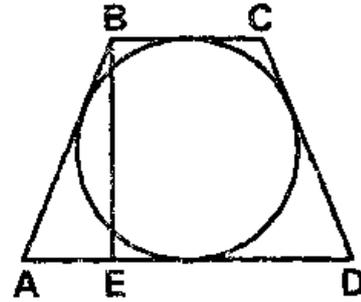
$$\Downarrow$$

$$ED = AB.$$



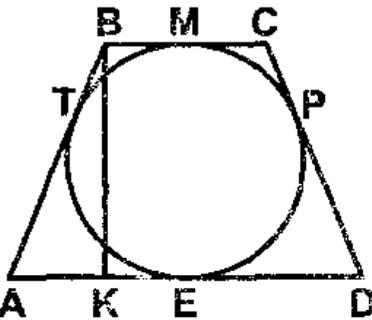
564. $ABCD$ — трапеция, описанная вокруг окружности. $AB = CD$, $BE \perp AD$.
Доказать, что $ED > BE$.

565. $ABCD$ — трапеция, описанная вокруг окружности. $AB = CD$, $BE \perp AD$, $AD = 3BC$.
Найти $\angle BAE$.



566. $ABCD$ — трапеция, описанная вокруг окружности. $AB = CD$, $BE \perp AD$.
Доказать, что $S_{ABCD} = AB \cdot BE$.

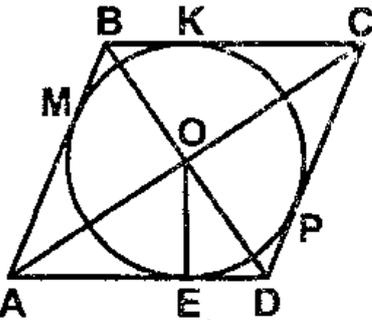
567. $ABCD$ — трапеция, описанная вокруг окружности. $AB = CD$, $S_{ABCD} = 2$, $\angle ABC = 150^\circ$.
Найти P_{ABCD} .



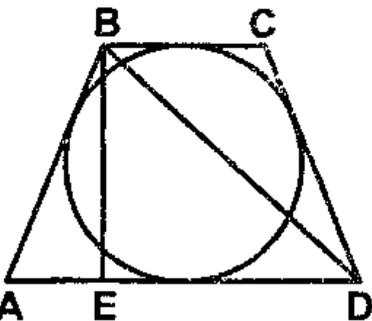
568. $ABCD$ — трапеция, описанная вокруг окружности. $AB = CD$, T, M, P, E — точки касания вписанной окружности, $BT = 2$, $AE = 8$.
Найти S_{ABCD} .

569. $ABCD$ — трапеция, описанная вокруг окружности. $AB = CD$, T, M, P, E — точки касания вписанной окружности, $AT = 8$, $S_{ABCD} = 80$.
Найти BT .

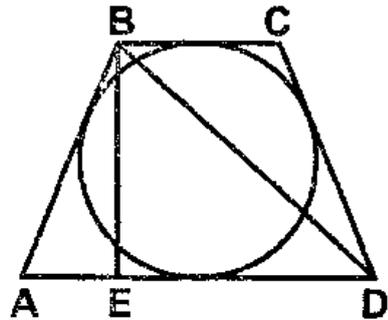
570. $ABCD$ — трапеция, описанная вокруг окружности. $AD + BC = 8$.
Найти P_{ABCD} .



571. $ABCD$ — ромб. M, K, P, E — точки касания вписанной окружности с центром O . $AM \cdot DP = 2$.
Найти $S_{\text{круга}}$.



572. $ABCD$ — трапеция, описанная вокруг окружности. $AB = CD$, $BE \perp AD$.
Доказать, что $S_{ABCD} = 2S_{BED}$.



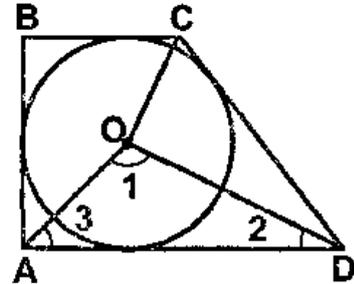
573. $ABCD$ — трапеция, описанная вокруг окружности. $AB = CD$, $P_{ABCD} = 16$, $BD = 5$.
Найти S_{ABCD} .

574. $ABCD$ — трапеция, описанная вокруг окружности. $AB = CD$, $BD = 5$, $S_{ABCD} = 12$.
Найти P_{ABCD} .

575. $ABCD$ — трапеция, описанная вокруг окружности. $AB = CD$, $P_{ABCD} = 16$, $S_{ABCD} = 12$.
Найти BD .

576. $ABCD$ — трапеция, описанная вокруг окружности. $AB = CD$.
Доказать, что

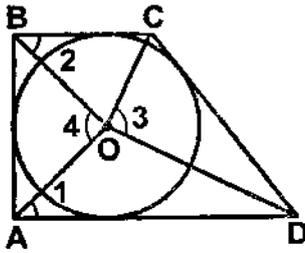
$$\sin \angle BAD = \operatorname{tg} \angle ADB.$$



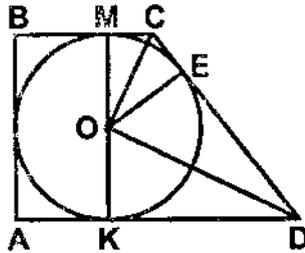
577. $ABCD$ — трапеция, описанная вокруг окружности с центром O . $BA \perp AD$, $\angle BCD = 2\angle CDA$.
Найти $\angle 1$.

578. $ABCD$ — трапеция, описанная вокруг окружности с центром O . $BA \perp AD$, $\angle 1 = 105^\circ$.
Доказать, что $\angle BCD = 2\angle CDA$.

579. $ABCD$ — трапеция, описанная вокруг окружности с центром O . $\angle BCD = 2\angle CDA$, $\angle 1 = 105^\circ$.
Доказать, что $BA \perp AD$.



580. $ABCD$ — трапеция, описанная вокруг окружности с центром O .
 $BA \perp AD$.
 Найдите $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4$.

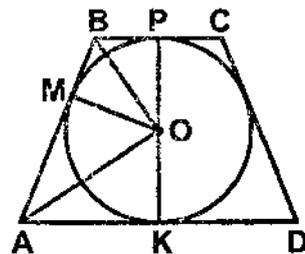


581. $ABCD$ — трапеция, описанная вокруг окружности с центром O .
 $BA \perp AD$.
 Доказать, что $S_{ABCD} = AD \cdot BC$.

582. $ABCD$ — трапеция. E — точка касания описанной окружности с центром O . $OC = 6$, $OD = 8$.
 Найдите S_{ABCD} .

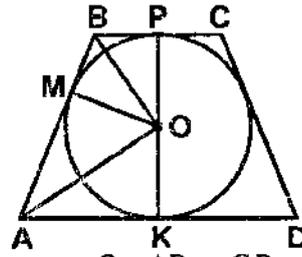
583. $ABCD$ — трапеция, описанная вокруг окружности с центром O и площадью S . E — точка пересечения прямых CO и AD , $BA \perp AD$.

Доказать, что $S_{ABCD} = \frac{2S}{\pi} + r \cdot DE$.



584. $ABCD$ — трапеция. M, P, K — точки касания вписанной окружности центра O . $AB = CD$, $BO = 3$, $AO = 4$.
 Найдите PK .

585. $ABCD$ — трапеция. M, P, K — точки касания вписанной окружно-



- сти центра O . $AB = CD$,
 $AO = 4$, $PK = 4,8$.
 Найдите BO .

586. $ABCD$ — трапеция. M, P, K — точки касания вписанной окружности центра O . $AB = CD$, $PK = 4$, $BM = 1$.
 Найдите BD .

587. $ABCD$ — трапеция. M, P, K — точки касания вписанной окружности центра O . $AB = CD$, $BE \perp AD$.

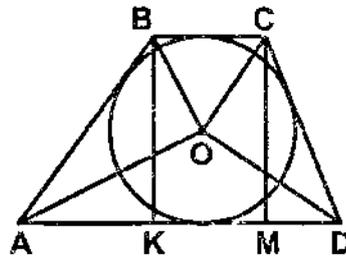
Найдите $\frac{S_{ABCD}}{S_{AOB}}$.

588. $ABCD$ — трапеция. M, P, K — точки касания вписанной окружности центра O . $AB = CD$.

Найдите $\frac{S_{AOB}}{S_{PCDK}}$.

589. $ABCD$ — трапеция, описанная вокруг окружности центра O .
 $\angle AOB = 3\angle BAD$.

Найдите $\frac{r}{AB}$.



590. $ABCD$ — трапеция, описанная вокруг окружности радиуса r .
 $\angle BAD = 30^\circ$, $\angle ADC = 45^\circ$, $r = 1$.

Найдите P_{ABCD} .

591. $ABCD$ — трапеция, описанная вокруг окружности центра O .

Найдите

$$\angle AOB + \angle DOC + \angle BAD + \angle ABC.$$